Bilden wir jetzt

$$d\{S - h(t-t_0) - cg\} = dS - (t-t_0)\,dh - h\,d(t-t_0) - g\,dc - c\,dg$$

so wird

$$(y\,dx) = d\{S - h(t-t_0) - cg\} + h\,d(t-t_0) + c\,dg + c\cos g\,d\vartheta$$

Dieser Relation entnehmen wir, dass die x_α , y_α auch mit $\begin{pmatrix} t-t_0, & g, & \vartheta \\ h & c & c\cos g \end{pmatrix}$ durch eine Berührungstransformation zusammenhängen.

Der Ausdruck $S - h(t - t_0) - c\,g$ hat eine einfache Bedeutung. Er ist nämlich die vom Perihel aus gezählte Hamilton'sche Wirkung. Denn für das Perihel ist bei dieser Zählung $S^0 = c\,g$. Die Hamilton'sche Wirkung hatte sich aber ergeben als

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= S - S_0 - h(t-t_0) \\ &= S - h(t-t_0) - cg \end{aligned}$$

Wir erinnern uns jetzt, dass unter Annahme der Homogenität von U( ) wir die Hamilton'sche Wirkung durch die Lage- und Geschwindigkeitskoordinaten ausdrücken konnten. Nehmen wir also an, dass

$$U(r) = \mu r^p \text{ usf.}$$

dann wird

$$\mathcal{J} = (xy)\frac{2}{p+2} + \frac{p-2}{p+2}\,h\,(t-t_0)$$

da hier $(x^\circ\, y^\circ) = (r_0\, \dot{r}_0) = 0$.