rein reeznerisch ergeben. Aus der Figur folgt

$$
\begin{aligned}
a\cos u &= ea + r\cos v \\
&= ea + \frac{b^2}{a}\,\frac{\cos v}{1+e\cos v} = \frac{ea + e^2 a\cos v + \frac{b^2}{a}\cos v}{1+e\cos v} \\
&= \frac{ea + \left(\frac{a^2-b^2}{a} + \frac{b^2}{a}\right)\cos v}{1+e\cos v} = a\,\frac{e+\cos v}{1+e\cos v}
\end{aligned}
$$

also

$$\cos u = \frac{e+\cos v}{1+e\cos v}$$

Ferner folgt aus Addition der ersten beiden Gleichungen

$$\cos u + \cos v = \frac{(1-e^2)\,(\cos u + \cos v)}{(1+e\cos v)\,(1-e\cos u)}$$

und demnach ist

$$(1+e\cos v)\,(1-e\cos u) = 1-e^2$$

Ausserdem kann man die 1. Transformationsformel umschreiben in

$$2\cos^2\frac{u}{2} - 1 = \frac{e+\cos v}{1+e\cos v}$$

und daraus

$$\cos^2\frac{u}{2} = \frac{(1+e)\cos^2\frac{v}{2}}{1+e\left(\cos^2\frac{v}{2} - \sin^2\frac{v}{2}\right)}$$

Bildet man den reziproken Wert, so folgt

$$1+\mathrm{tg}^2\frac{u}{2} = \frac{1+\mathrm{tg}^2\frac{v}{2} + e\left(1-\mathrm{tg}^2\frac{v}{2}\right)}{1+e}$$