

als der gesuchte Ausdruck für die zeitliche Änderung. Hierbei ist

$$n = \frac{\mu \sqrt{1-e^2}}{ac} = \frac{\mu \sqrt{1-e^2}}{a^2 \mu \sqrt{a(1-e^2)}} = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}}$$

und schliesslich, da $h = -\frac{\mu}{ea}$ ist,

$$n = \frac{1}{\mu} (-2h)^{\frac{3}{2}}$$

In der Astronomie setzt man $n(t - t_0) = \ell$ und nennt ℓ die mittlere Anomalie, für die wir die sogenannte Kepler'sche Gleichung

$$\ell = u - e \sin u$$

gefunden haben. In einer Umlaufzeit läuft u von 0 bis 2π , sodass für die Umlaufzeit τ gilt $n\tau = 2\pi$ oder $\tau = \frac{2\pi}{n}$.

Da aber für die Ellipse $\frac{1}{\mu} (-2h)^{\frac{3}{2}}$ ist, so ergibt sich endlich

$$\tau (-h)^{\frac{3}{2}} = \text{const.}$$

Das ist das dritte Kepler'sche Gesetz.

3. Hyperbel. -

Für die Hyperbel kann man aus der geometrischen Anschauung nicht so leicht einen einfachen Parameter herleiten. Deshalb benutzen wir einfach die bei der Ellipse angewandten projektiven Transformationsformeln

$$\cos u = \frac{e + \cos v}{1 + e \cos v}$$

$$\sin u = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin v}{1 + e \cos v}$$