für $|z| < R$ und für $|z| = R: |f(z)| > |g(z)|$, dann ist die Nullstellenanzahl von $f(z)$ und von $f(z) + g(z)$ dieselbe. Die Voraussetzungen dieses Satzes sind hier erfüllt, wenn wir setzen:

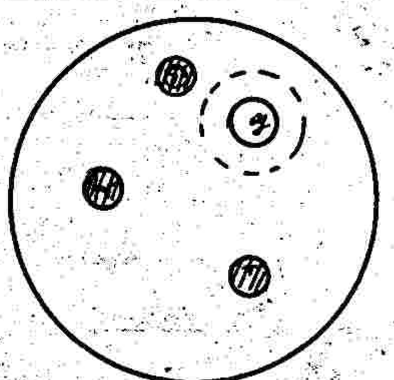
$$f(z) = f(y) - f(y_0)$$
$$g(z) = x - x_0 \; ; \quad R = \varrho$$

Denn wir haben für

$$y - y_0 = \varrho : \qquad \mu \leq |f(y) - f(y_0)|$$

ferner $|x - x_0| < \mu$ sodass also auf dem Rand $\varrho : |f(y) - f(y_0)| > |x - x_0|$.
Die Funktion $(x - x_0) + f(y) - f(y_0)$ hat also genau soviel Nullstellen im Kreise $|y - y_0| \leq \varrho$ wie die Funktion $f(y) - f(y_0)$. Da aber im ganzen Kreise $f(y) \neq f(y_0)$ vorausgesetzt war, gibt es nur die <u>eine</u> Nullstelle $y = y_0$ d.h. die Gleichung $(x - x_0) = f(y) - f(y_0) = 0$ hat nur eine Wurzel, was behauptet war.

2. Jetzt sei $f(y)$ meromorph im Kreise $|y| \leqq R$. Die Nullstellen von $f'(y)$ und Pole von $f(y)$ innerhalb des Kreises R schliesse ich durch Kreise mit dem Radius r aus. Das Gebiet, das durch das Ausschliessen der Kreise r aus dem Gebiet $\mathcal{K}$ entsteht, nennen wir T.



Für jedes y im Gebiet T gibt es einen Kreis K sodass in dem Kreis 2K die Funktion regulär und schlicht ist. In diesem Kreise sei $\frac{\mu}{\varrho} = \min \frac{f(y_1) - f(y_2)}{y_1 - y_2}$ Von diesen Kreisen K werden endlich viele $K_1 \ldots K_n$ das Gebiet überdecken.

Die zugehörigen Radien zu diesen $K_1 \ldots k_n$ seien $\varrho_1 \ldots \varrho_n$; die