also

$$\lim_{u \to \infty} \left| \frac{\sin u}{u} \right| \to \infty$$

für alle u, die in diesem Winkelraum längs irgend eines Weges $\to \infty$ gehen. Soll demnach $\lim\limits_{u \to \infty} \frac{\sin u}{u}$ nicht gegen $\infty$ gehen, so muss der Weg in dem restlichen Winkelraum $-\alpha \leq \varphi \leq +\alpha$ liegen. Für diesen Winkelraum ergibt sich 0 als Grenzwert von $\frac{\sin u}{u}$ für auf beliebigem Weg $\to \infty$ gehendes u.

Zum Beweis dieser Behauptung betrachten wir einen in diesem Winkelraum ins Unendliche führenden Weg. Dann trifft er alle Parallelen $x = (\nu + \frac{1}{2})\pi$. Setze ich jetzt $\frac{\sin u}{u} = X + iY$, so wird für den Schnittpunkt des Weges mit einer dieser Parallelen

$$X = (-1)^{\nu} \frac{x}{r^2} \cos iy$$
$$Y = (-1)^{\nu+1} \frac{y}{r^2} \cos iy$$

da für diese Parallelen

$$X + iY = \frac{x \sin(\nu + \frac{1}{2})\pi \cos iy}{r^2} - i\,\frac{y \sin(\nu + \frac{1}{2})\pi \cos iy}{r^2}$$

Doch ist in diesem Winkelraum $x > 0$, $\cos iy > 0$, $r^2 > 0$. Demnach ist $\operatorname{sign} X = (-1)^{\nu}$: das bedeutet, dass X dauernd das Vorzeichen wechselt. Da aber ein Grenzwert existieren soll, so muss dieser = 0 sein, also $X \to 0$.

Der Grenzwert für $Y$ ergibt sich leicht, wenn man bedenkt, dass $\frac{y}{x}$ beschränkt ist im Winkelraum. $\frac{Y}{X} \leq C$; $\lim Y < C \lim X$ und es folgt $\lim Y \to 0$.