

Es hat sich also tatsächlich ergeben, dass $\frac{\sin u}{u}$ für $u \rightarrow \infty$ auf beliebigem Weg nur nach zwei Grenzwerten: 0 oder ∞ streben kann.

Nach dieser Vorbemerkung wenden wir uns den Umkehrfunktionen der Kepler'schen Gleichung zu.

Die Kepler'sche Gleichung lautet:

$$u - e \sin u = l$$

Die Umkehrfunktion nach l ;

$$u = f(e)$$

ist zu bestimmen aus $e = \frac{u-l}{\sin u}$

Um zunächst zu bestimmen, gegen welche Werte e konvergiert, wenn $u \rightarrow \infty$ strebt, führen wir rechts den Grenzübergang durch:

$\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{u-l}{\sin u} = \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{u}{\sin u} \lim_{u \rightarrow \infty} (1 - \frac{l}{u})$ Da wir nach dem Hurwitz'schen Satz den Grenzwert ∞ nicht beachten, so ergibt sich

$\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{u-l}{\sin u} = 0 \cdot 1 \neq 0$ also $e \rightarrow 0$ wenn $u \rightarrow \infty$. Betrachten wir die Umkehrfunktion nach l , so ist zu setzen

$$u = g(l)$$

und zu untersuchen, nach welchem Wert l konvergiert, wenn in $l = u - e \sin u$ auf irgend einen Weg $u \rightarrow \infty$ strebt. Ausführung des Grenzübergangs ergibt $\lim_{u \rightarrow \infty} l = \lim_{u \rightarrow \infty} u (1 - e \frac{\sin u}{u})$ was in beiden Fällen $\rightarrow \infty$ strebt. Ein endlicher Grenzwert für l existiert also nicht. Damit hat sich für die Umkehrfunktionen ergeben, dass