1. für $u = \varphi_1(e)$ dass $e \to 0$ konvergiert, wenn $u \to \infty$ strebt,

2. für $u = \varphi_2(\ell)$ dass ℓ keinem endlichen Wert zustrebt, wenn $u \to \infty$ geht. Jetzt sind noch die Verzweigungspunkte zu untersuchen.

Nullstellen der Ableitung ergeben sich für $e = \frac{u-\ell}{\sin u}$ aus $\frac{de}{du} = \frac{\sin u - (u-\ell)\cos u}{\sin^2 u}$ Setzt man dies = 0, so ergeben sich die Nullstellen der Ableitung für $e = \frac{1}{\cos u}$, wo u zu bestimmen ist aus $u - \operatorname{tg} u = \ell$. Dass die singulären Stellen für $e = \frac{1}{\cos u}$ auftreten, ist sehr verständlich, wenn man bedenkt, dass dann $r \equiv a(1 - e\cos u) = 0$ ist, die Differentialgleichung der Newton'schen Anziehung dort also singulär wird, da sie r im Nenner enthält.

Für die zweite Umkehrfunktion ist aus $\ell = u - e\sin u$ zunächst zu bilden die Ableitung $\frac{d\ell}{du} = 1 - e\cos u$ Aus $e = \frac{1}{\cos u}$ ist also u zu bestimmen und einzusetzen in $\ell = u - \operatorname{tg} u$..

Zusammenfassend können wir also sagen:

Die Umkehrfunktion der Kepler'schen Gleichung bezüglich e hat zwei Arten kritische Stellen:

1). für den Wert $\ell = 0$ wird u(e) unendlich ;

2). hat sie Verzweigungspunkte, da für $e = \frac{1}{\cos u}$ die Ableitung $\frac{de}{du}$ verschwindet.

Die zweite Umkehrungsfunktion, nämlich u als Funktion von ℓ hat ausser Verzweigungspunkten keine singuläre Stellen. Ihre Verzweigungspunkte ergeben sich für $\ell = u - \operatorname{tg} u$, wo u aus $e = \frac{1}{\cos u}$ zu berechnen ist. Durch $e = \frac{1}{\cos u}$ und $\ell = u - \operatorname{tg} u$ sind die Verzweigungspunkte von u für beide Umkehrungsfunktionen bestimmt. Wir