

Wegen $z = \int E^{-\frac{x}{2}(\xi - \frac{1}{\xi})}$ ist dies

$$2\pi i c_\nu = \frac{1}{\nu} \oint \frac{d\xi}{\xi^{\nu-\mu+1}} E^{\frac{x}{2}(\xi - \frac{1}{\xi})}, \quad |\xi| = 1$$

Damit sind die c_ν als die Bessel'schen Funktionen $I_\nu(\nu x)$ erwiesen.

Denn $E^{\frac{x}{2}(\xi - \frac{1}{\xi})}$ ist für x als Parameter regulär für $\xi \neq 0$, $\xi \neq \infty$, also in eine Laurentreihe entwickelbar und zwar ist:

$$E^{\frac{x}{2}(\xi - \frac{1}{\xi})} = \sum_{-\infty}^{+\infty} J_\nu(x) \xi^\nu$$

Die expliziten Ausdrücke der Koeffizienten von ξ^ν ergeben sich durch Multiplikation der Exp.-Reihen

$$E^{\frac{x}{2}\xi} = \sum_0^{\infty} \frac{x^\nu}{2^\nu \nu!} \xi^\nu$$

$$E^{-\frac{x}{2\xi}} = \sum_0^{\infty} \frac{x^\nu (-1)^\nu}{2^\nu \nu!} \xi^{-\nu}$$

als

$$J_\nu(x) = \sum_0^{\infty} \frac{(-1)^\lambda \left(\frac{x}{2}\right)^{\nu+2\lambda}}{\lambda! (\nu+\lambda)!}$$

Durch diese Reihen werden die Bessel'schen Funktionen definiert.

Setzen wir diese Reihe in unsere Integraldarstellung für c_ν ein, so treten die $I_\mu(\nu x)$ vor das Integral und alle Integrale $\int \frac{d\xi}{\xi^{\nu-\mu+1}}$ verschwinden bis auf das Integral, das $I_{\nu-\mu}$ zum Faktor hat. Dieses wird $2\pi i$, sodass wir haben