

Wegen  $z = \int E^{-\frac{x}{2}(\xi - \frac{1}{\xi})}$  ist dies

$$2\pi i c_\nu = \frac{1}{\nu} \oint \frac{d\xi}{\xi^{\nu-\mu+1}} E^{\frac{x}{2}(\xi - \frac{1}{\xi})}, \quad |\xi| = 1$$

Damit sind die  $c_\nu$  als die Bessel'schen Funktionen  $I_\nu(\nu x)$  erwiesen.

Denn  $E^{\frac{x}{2}(\xi - \frac{1}{\xi})}$  ist für  $x$  als Parameter regulär für  $\xi \neq 0$ ,  $\xi \neq \infty$ , also in eine Laurentreihe entwickelbar und zwar ist:

$$E^{\frac{x}{2}(\xi - \frac{1}{\xi})} = \sum_{-\infty}^{+\infty} J_\nu(x) \xi^\nu$$

Die expliziten Ausdrücke der Koeffizienten von  $\xi^\nu$  ergeben sich durch Multiplikation der Exp.-Reihen

$$E^{\frac{x}{2}\xi} = \sum_0^{\infty} \frac{x^\nu}{2^\nu \nu!} \xi^\nu$$

$$E^{-\frac{x}{2\xi}} = \sum_0^{\infty} \frac{x^{\nu+1}}{2^\nu \nu!} \xi^{-\nu}$$

als

$$J_\nu(x) = \sum_0^{\infty} \frac{(-1)^\lambda \left(\frac{x}{2}\right)^{\nu+2\lambda}}{\lambda! (\nu+\lambda)!}$$

Durch diese Reihen werden die Bessel'schen Funktionen definiert.

Setzen wir diese Reihe in unsere Integraldarstellung für  $c_\nu$  ein, so treten die  $I_\mu(\nu x)$  vor das Integral und alle Integrale  $\int \frac{d\xi}{\xi^{\nu-\mu+1}}$  verschwinden bis auf das Integral, das  $I_{\nu-\mu}$  zum Faktor hat. Dieses wird  $2\pi i$ , sodass wir haben