

$|l| \leq l_0 \leq 1$ Demnach ist für jeden reellen Wert von l die Reihe konvergent, sobald $|l| < \eta$. Denn für die Singularitätsstellen ist immer $|l_0| \geq \eta$. Bei bestimmt vorgegebenem l ist die Reihe konvergent für jedes $|l| < |l_0|$ wo l_0 die entsprechende Lösung des Singularitätsgebildes ist. Ob aber die Reihe für $|l| > |l_0|$ nicht mehr konvergiert, haben wir dabei nicht entschieden, da wir noch nicht festgestellt haben, dass l_0 nicht nur mögliche, sondern auch wirkliche Singularitätsstelle ist. Beim Nachweis der Singularität kommt es darauf an, festzustellen, ob die ^{Ableitung} ~~Abbildung~~ $\frac{dl}{du}$ an der Stelle u_1 verschwindet, die l_0 entspricht, da wir es nach dem Hurwitz'schen Satz mit Verzweigungsstellen zu tun haben.

$u = \mathcal{F}(l)$ ist die Umkehrung der Funktion $l = \frac{u-l}{\sin u} = f(u)$.
 Geht nun l längs eines Radiusvektors nach l_0 , dann geht $\mathcal{F}(l) \rightarrow \mathcal{F}(l_0) = u_1$ und dabei ist $f(u_1) = l_0$. Ist jetzt $f'(u_1) \neq 0$, dann ist l_0 reguläre Stelle und u ist dort in eine Potenzreihe von $(l - l_0)$ entwickelbar. Ist dagegen $f'(u_1) = 0$, so ist l_0 Verzweigungsstelle und u lässt sich dort in eine Potenzreihe nach $(l - l_0)^{\frac{1}{2}}$ entwickeln. Wenn aber l_0 Verzweigungsstelle ist, dann können wir aus $l_0 = f(u_1)$ und $f'(u_1) = 0$ schliessen, dass $u_1 = u_0$ ist. Denn einerseits ist dann

$$\begin{aligned}
 l &= u_1 - l_0 \sin u_1 \\
 0 &= 1 - l_0 \cos u_1
 \end{aligned}$$

andererseits war aber l_0 bestimmt aus den Gleichungen

$$\begin{aligned}
 l &= u_0 - l_0 \sin u_0 \\
 0 &= 1 - l_0 \cos u_0
 \end{aligned}$$