$$0 \leq \mathcal{R}(u) \leq \pi$$
$$0 \leq \mathcal{J}(u) \leq \infty$$

Dann durchläuft f(u) in der ϱ-Ebene eine Kurve, die ganz in der oberen Halbebene verläuft, d.h. die beiden Schnitte nicht schneidet. Zu beweisen ist also, dass $\mathcal{J}(f(u)) \geq 0$ ist.

Für $u = iy$ ist $f(u) = \frac{2i\varrho + y}{e^y - e^{-y}}$, demnach $\mathcal{J}(f(u)) = \frac{2\varrho}{e^y - e^{-y}} > 0$;

Für $u = \pi + iy$ ist $\mathcal{J}(f(u)) = \frac{2(\pi - \varrho)}{e^y - e^{-y}} > 0$.

Für reelles u ist $\mathcal{J}(f(u)) = 0$, da dann auch f(u) reell ist.

Für $\mathcal{J}(u) \to \infty$ ist $f(u) \to 0$, $\mathcal{J}(f(u)) \geq -\varepsilon$

Im Innern dieses Streifens ist dann $\mathcal{J}(f(u)) \geq -\varepsilon$ für irgend einen Punkt. Lässt man nun den Imaginärteil von $u \to \infty$ gehen, so wird $\varepsilon \to 0$ streben, d.h. $\mathcal{J}(f(u)) \geq 0$ für jeden Punkt u des oben angegebenen Streifens. Wir haben also erwiesen, dass $\varphi(\varrho_0) = u_0$ und damit, dass ϱ_0 und $\bar{\varrho}_0$ wirklich singuläre Stellen sind. Es ist demnach $|\varrho| = |\varrho_0|$ der wahre Konvergenzradius für das Funktionselement $u = \mathcal{P}(\varrho)$.

4. Das Lambert-Lagrange-Theorem. –

Lambert hat 1761 bewiesen, dass bei der elliptischen Bewegung eines Massenpunktes um ein Kraftzentrum die Zeit, in der ein Bogenstück durchlaufen wird, nur abhängt von der grossen Achse, der Summe der Radienvektoren von Anfangs- und Endbogen und von der Verbindungssehne letztere beiden Punkte. Lagrange hat 1778 den von Lambert synthetisch bewiesenen Satz analytisch bewiesen und verallgemeinert. Nennen wir $M(x_1, x_2)$ den Punkt des Kegelschnitts, in dem sich der Massenpunkt zur Zei t befindet,