

lautet unsere Voraussetzung

$$|r - r_0| < \sigma < \rho.$$

Wir untersuchen die drei Fälle $h \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} 0$ gesondert:

1.) $h < 0$. Die Extremalen sind sämtliche Ellipsen, deren einer Brennpunkt der Koordinatenursprung O ist, und die als grosse Halbachse $a = -\frac{k}{2h}$ haben. Zur Bestimmung der Extremalenbogen $\widehat{M_0 M}$ kommt also als Bedingung hinzu, dass aus dieser Ellipsenschar diejenigen herausgegriffen werden, die durch M_0 und M gehen. Zu dem Zweck bestimmen wir zunächst den zweiten Brennpunkt O' . Nennen wir die Radienvektoren nach M_0 und M von O' aus r_0' und r' , so gilt für die Ellipse

$$r + r' = 2a; \quad r' = 2a - r$$

$$r_0 + r_0' = 2a; \quad r_0' = 2a - r_0$$

sodass O' bestimmt ist durch die Kreise um M_0 (ck) mit dem Radius $2a - r_0$ (bezw. $2a - r$). Soll eine Ellipse existieren, so müssen die Kreise sich schneiden. Die Bedingungen dafür sind:

$$1). \quad \sigma > |r_0' - r'| = |r_0 - r|$$

$$2). \quad \sigma < |r_0' + r'| = 4a - \rho$$

Durch unsere Voraussetzung, dass $O M_0 M$ nicht auf einer Geraden liegen, ist die erste Bedingung erfüllt. Die zweite Bedingung aber ist eine neue. Sie besagt: Dann und nur dann, wenn $\rho + \sigma < 4a$ ist, gibt es Extremalen durch M_0 und M . Ist aber die Bedingung erfüllt, so