

lautet unsere Voraussetzung

$$|r - r_0| < \sigma < \rho.$$

Wir untersuchen die drei Fälle  $h \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} 0$  gesondert:

1.)  $h < 0$ . Die Extremalen sind sämtliche Ellipsen, deren einer Brennpunkt der Koordinatenursprung  $O$  ist, und die als grosse Halbachse  $a = -\frac{k}{2h}$  haben. Zur Bestimmung der Extremalenbogen  $\widehat{M_0 M}$  kommt also als Bedingung hinzu, dass aus dieser Ellipsenschar diejenigen herausgegriffen werden, die durch  $M_0$  und  $M$  gehen. Zu dem Zweck bestimmen wir zunächst den zweiten Brennpunkt  $O'$ . Nennen wir die Radienvektoren nach  $M_0$  und  $M$  von  $O'$  aus  $r_0'$  und  $r'$ , so gilt für die Ellipse

$$r + r' = 2a; \quad r' = 2a - r$$

$$r_0 + r_0' = 2a; \quad r_0' = 2a - r_0$$

sodass  $O'$  bestimmt ist durch die Kreise um  $M_0$  ( $ck$ ) mit dem Radius  $2a - r_0$  (bezw.  $2a - r$ ). Soll eine Ellipse existieren, so müssen die Kreise sich schneiden. Die Bedingungen dafür sind:

$$1). \quad \sigma > |r_0' - r'| = |r_0 - r|$$

$$2). \quad \sigma < |r_0' + r'| = 4a - \rho$$

Durch unsere Voraussetzung, dass  $O M_0 M$  nicht auf einer Geraden liegen, ist die erste Bedingung erfüllt. Die zweite Bedingung aber ist eine neue. Sie besagt: Dann und nur dann, wenn  $\rho + \sigma < 4a$  ist, gibt es Extremalen durch  $M_0$  und  $M$ . Ist aber die Bedingung erfüllt, so