

ometrisch, dass $P(-\mu)$ innerhalb der Ellipse E mit den Brennpunkten O und M_0 und der Halbachse $2a - \frac{r_0}{2}$ liegen muss, damit der Bogen $M_0 M$ Extremalenbogen sein kann. Liegt M in der Ellipse E , so gibt es zwei extreme Ellipsen durch $M M_0$, liegt M ausserhalb der Ellipse E , so gibt es keine Extremalellipsen durch M und M_0 . Demnach ist die Ellipse E im gewissen Sinn Diskriminante für die durch O, M_0 und a bestimmte einparametrische Extremalenschar, deren Einhüllende sie sein muss. Denn E ist entweder Ort der Spitzen der Extremalenschar oder deren Einhüllende. Da die Extremalen hier als Ellipsen keine Spitzen haben, kann E tatsächlich nur Einhüllende sein. Ferner ergibt sich, dass der Berührungspunkt M^* einer Extremalen mit der Enveloppe E gerade der Schnitt der Verbindungslinie $M_0 O'$ mit der Extremalen ist. Denn $M_0^* O = 2a - M_0^* O'$, da M^* ein Punkt der Extremalellipse mit der Halbachse a ist.

Ausserdem ist $M^* M_0 = M_0 O' + O' M^*$, da $M_0 M_0^*$ die Verbindungsgerade $M_0 O'$ ist.

Demnach ist $M^* O + M^* M_0 = 2a + M_0 O' = 4a - r_0$. d.h. M^* ist ein Punkt der Enveloppe E und damit der Berührungspunkt dieser und der zugehörigen Extremalenellipse. In der Variationsrechnung heisst M^* der zu M_0 konjugierte Punkt. Aus der Variationsrechnung ist bekannt, dass dann der Bogen von M_0 bis M , der nicht M^* enthält, das relative Minimum des Integrals liefert.

In unserm Fall kommen demnach nur die Bogen 1 und 2 unserer Unterscheidung in Betracht, da sie beide M^* nicht enthalten, während die 3. und 4. dies sicher tun. Nenne ich den Wert von \mathcal{J} auf Bogen 1: \mathcal{J}_1 , und entsprechend auf Bogen 2: \mathcal{J}_2 , so sind \mathcal{J}_1 und \mathcal{J}_2 relative Mi-