Unsere Extremalen sind die geodätischen Linien, die zu dem Linienelement $ds^2 = 2\left(\frac{\mu}{r} + h\right)(dx_1^2 + dx_2^2)$ gehören. Da aber geodätische Linien eines Linienelementes mit der Krümmung $K \geqq 0$ niemals eine Enveloppe haben, so erhellt aus dieser differentialgeometrischen Ueberlegung der wesentliche Unterschied zwischen Ellipse einerseits und Hyperbel und Parabel andererseits.

Nach dieser allgemeinen Untersuchung der Extremalen wenden wir uns dem eigentlichen Problem zu, nämlich dem Nachweis, dass die Maupertuis'sche Wirkung $\mathfrak{J}$ eine Funktion von σ, ϱ und h ist. Zunächst stellen wir fest, dass $\mathfrak{J}$ eine Funktion von x_1, x_2, x_1^0, x_2^0 und h ist. Wir hatten nämlich früher für $\mathfrak{J}$ die Differentialform gewonnen: $d\mathfrak{J} = (y\,dx) - (y_0\,dx^0) + (t - t_0)\,dh$. Daraus ergeben sich als Differentialquotienten

$$-\frac{\partial \mathfrak{J}}{\partial x_\alpha^0} = y_\alpha^0\,, \quad \frac{\partial \mathfrak{J}}{\partial x_\alpha} = y_\alpha\,, \quad \frac{\partial \mathfrak{J}}{\partial h} = t - t_0$$

Daraus ergibt sich eine anschauliche geometrische Bedeutung für $\mathfrak{J}$. Betrachtet man nämlich ein durch M_0 gehendes Extremalenbüschel mit vorgegebener Energiekonstante h, so sind für dieses Büschel $x_1^0 x_2^0$ und h konstant. Die Kurven $\mathfrak{J}$ (x_1 x_2 const.) = const. sind dann die orthogonalen Trajektorien dieses Büschels, da längs dieser Kurven $d\mathfrak{J} = 0$ und $dx_1^0 = dx_2^0 = dh = 0$, sodass sich ergibt $\frac{\partial \mathfrak{J}}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial \mathfrak{J}}{\partial x_2} dx_2 = 0$, womit sofort die Orthogonalitätsbedingung für die beiden Kurvenscharen gewonnen ist. Zurückkehrend zur Differentialform transformieren wir diese auf Polarkoordinaten. Bei der Integration der Bewegungsgleichungen hatte sich (Gl.   ) ergeben: