

Der Grundgedanke der Methode der Variation der Konstanten besteht nun darin, die c_1, \dots, c_{2n} als Funktionen der Zeit so zu bestimmen, dass das System (T) die Lösungen des gestörten Systems (S') ergibt, wenn man für die c_i die so gewonnenen Zeitfunktionen einsetzt. Sei das mechanische Problem vorgelegt:

$$\mathcal{H} = \mathcal{F} - \mathcal{U}; \quad y_\alpha = m_\alpha \dot{x}_\alpha; \quad \mathcal{T} = \frac{1}{2} m_\alpha \dot{x}_\alpha^2;$$

Dann lauten die kanonischen Gleichungen

$$\frac{dx_\alpha}{dt} = \frac{1}{m_\alpha} y_\alpha, \quad m_\alpha \frac{d^2 x_\alpha}{dt^2} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x_\alpha}$$

Die störenden Kräfte ergeben nur in der 2. Gleichung ein Zusatzglied:

$$m_\alpha \frac{d^2 x_\alpha}{dt^2} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x_\alpha} + X_\alpha$$

während Y_α beim mechanischen Problem verschwindet.

Um im allgemeinen Fall die Differentialgleichungen für die zu variierenden Konstanten zu finden, kann man allgemeingültige Rezepte anwenden. Z.B. sei aus dem Lösungssystem (T) irgend eine Identität abgeleitet:

$$\mathcal{F}(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n, c_1, \dots, c_{2n}, t) \equiv 0.$$

Wenn wir jetzt die c_i konstant denken, dann müssen die x_α und y_α die Lösungen des Differentialgleichungssystems (\mathcal{F}) sein; aus

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x_\alpha} \frac{dx_\alpha}{dt} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y_\alpha} \frac{dy_\alpha}{dt} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} \equiv 0$$