

Der Grundgedanke der Methode der Variation der Konstanten besteht nun darin, die c_1, \dots, c_{2n} als Funktionen der Zeit so zu bestimmen, dass das System (T) die Lösungen des gestörten Systems (S') ergibt, wenn man für die c_i die so gewonnenen Zeitfunktionen einsetzt. Sei das mechanische Problem vorgelegt:

$$\mathcal{H} = \mathcal{F} - \mathcal{U}; \quad y_x = m_x \dot{x}_x; \quad \mathcal{T} = \frac{1}{2} m_x \dot{x}_x^2;$$

Dann lauten die kanonischen Gleichungen

$$\frac{dx_x}{dt} = \frac{1}{m_x} y_x, \quad m_x \frac{d^2 x_x}{dt^2} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x_x}$$

Die störenden Kräfte ergeben nur in der 2. Gleichung ein Zusatzglied:

$$m_x \frac{d^2 x_x}{dt^2} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x_x} + X_x$$

während Y_x beim mechanischen Problem verschwindet.

Um im allgemeinen Fall die Differentialgleichungen für die zu variierenden Konstanten zu finden, kann man allgemeingültige Rezepte anwenden. Z.B. sei aus dem Lösungssystem (T) irgend eine Identität abgeleitet:

$$\mathcal{F}(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n, c_1, \dots, c_{2n}, t) \equiv 0.$$

Wenn wir jetzt die c_i konstant denken, dann müssen die x_x und y_x die Lösungen des Differentialgleichungssystems (S) sein; aus

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x_x} \frac{dx_x}{dt} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y_x} \frac{dy_x}{dt} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} \equiv 0$$