2. Anwendung auf das Newton'sche Problem.-

Wir wollen diese Ergebnisse anwenden auf einen Körper mit der Masse 1, der nach dem Koordinatenmittekpunkt nach dem Newton'schen Gesetz angezogen wird, auf den aber noch andere Kräfte einwirken. Die Resultierende dieser störenden Kräfte möge die Komponenten $X_1\ X_2\ X_3$ haben. Die Zusatzglieder Y_α treten, wie wir vorher gesehen haben, hier nicht auf. Als Differentialgleichungen der gestörten Bewegung ergeben sich dann sofort:

$$\frac{d^2 x_\alpha}{dt^2} + \mu \frac{x_\alpha}{r^3} = X_\alpha \quad , \quad \frac{dx_\alpha}{dt} = \frac{1}{m_\alpha} y_\alpha$$

Hier wäre es sehr schwierig, aus den Bahn- und Impulskoordinaten die Konstanten explizit zu gewinnen. Wir suchen deshalb aus bekannten Beziehungen zwischen den Konstanten und den Variabeln Störungsgleichungen herzuleiten.

Zunächst haben wir den Flächensatz

$$(\mathcal{F}) \qquad \begin{aligned} c_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2 \equiv f_1(x,y) \\ c_2 &= x_3 y_1 - x_1 y_3 \equiv f_2(xy) \\ c_3 &= x_1 y_2 - x_2 y_1 \equiv f_3(xy) \end{aligned}$$

und die Laplace'schen Integrale

$$(\mathcal{L}) \qquad \begin{aligned} f_1 &= -\frac{\mu x_1}{r^3} + c_1 y_2 - c_2 y_1 \equiv \varphi_1(xy) \\ f_2 &= -\frac{\mu x_2}{r^3} + c_2 y_3 - c_3 y_2 \equiv \varphi_2(xy) \\ f_3 &= -\frac{\mu x_3}{r^3} + c_3 y_1 - c_1 y_3 \equiv \varphi_3(xy) \end{aligned}$$

Aus dem Flächensatz ergeben sich wegen $\frac{\partial f_1}{\partial y_3} = x_2$ usw. nach unserem allgemeinen Rezept (   ) folgende Störungsgleichungen: