wo

$$\mathcal{L} = \frac{\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \dot{x}_3^2}{2} + \frac{\mu}{r} + \lambda \frac{x_1 \dot{x}_2 - x_2 \dot{x}_1}{x_1^2 + x_2^2} \cdot \frac{x_3}{r} \quad \text{ist.}$$

Während die Lagrange-Gleichungen orthogonalinvariant sind, ist dies bei $\mathcal{L}$ selbst nicht der Fall; jedoch kann sich der Differentialausdruck

$$\frac{x_1\,dx_2 - x_2\,dx_1}{x_1^2 + x_2^2}\,\frac{x_3}{r}$$

bei orthogonaler Substitution nur um ein vollständiges Differential ändern. Nehmen wir also eine geschlossene Kurve C, so ist das Integral $\int_C \frac{x_1\,dx_2 - x_2\,dx_1}{x_1^2+x_2^2}\,\frac{x_3}{r}$ orthogonalinvariant. Die geometrische Bedeutung dieses Integrals, aus der seine Orthogonalinvarianz einleuchtend wird, ist einfach die, dass es den räumlichen Winkel bedeutet, unter dem man vom Ursprung aus die geschlossene Kurve C sieht.

2. Beispiel. <u>Die Hansen'schen Bewegungsgleichungen.</u> -

Hansen hat für die Differentialgleichungen der Planetenbewegung eine wichtige, die Grundlage seiner Arbeit bildende Transformation gegeben, deren geometrischen Inhalt wir als Anwendung unserer Theorie studieren wollen. (Hansen, Auseinandersetzung einer zweckmässigen Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten.) Ausführlich wird sie behandelt bei Tisserand, Méc. céleste (T. I, chap. 19.) Hansen führt die Koordinaten $\overline{\mathcal{X}}_\alpha$ ein,, die sich auf die rollende Ebene beziehen, wobei natürlich $\overline{\mathcal{X}}_3 = \mathcal{X}_3$ ist. Dagegen wird sich die Apsidenlinie $\mathcal{X}_1$ in der $\overline{\mathcal{X}}_1\,\overline{\mathcal{X}}_2$ -Ebene bewegen und zwar mit der instantanen Winkelgeschwindigkeit