$U = U(x_1 x_2\ x_3 x_4)$ sei orthogonalinvariant und homogen von der Dimension k. Gesucht werden sollen jetzt die Lösungen dieses Bewegungsproblems, für die das Dreieck $O\, P_1\, P_2$ ähnlich bleibt. Bezeichne ich die Radienvektoren OP_1 mit q_1, OP_2 mit q_2, den Winkel $(q_1 q_2)$ mit q_3 und den Winkel zwischen q und der X--Achse mit q_4, so heisst also die einschränkende Bedingung: $\frac{q_2}{q_1}$ = konst., q_3 = konst.

Wir transformieren nun mit Hilfe einer erweiterten Punkttransformation die x_α in q_α, sodass die y_α in p_α übergehen, die sich bestimmen aus

$$p_\alpha = y_\beta \frac{\partial x_\beta}{\partial q_\alpha}$$

Da

$$x_1 = q_1 \cos(q_3+q_4)\ ; \quad \frac{\partial x_1}{\partial q_1} = \cos(q_3+q_4)\,, \quad \frac{\partial x_1}{\partial q_2} = 0, \quad \frac{\partial x_1}{\partial q_{3,4}} = -q_1 \sin(q_3+q_4)$$

$$x_2 = q_1 \sin(q_3+q_4); \quad \frac{\partial x_2}{\partial q_1} = \sin(q_3+q_4)\,; \quad \frac{\partial x_2}{\partial q_2} = 0, \quad \frac{\partial x_2}{\partial q_{3,4}} = q_1 \cos(q_3+q_4)$$

$$x_3 = q_2 \cos q_4\,, \quad \frac{\partial x_3}{\partial q_1} = 0\ ; \quad \frac{\partial x_3}{\partial q_2} = \cos q_4\,; \quad \frac{\partial x_3}{\partial q_3} = 0; \quad \frac{\partial x_3}{\partial q_4} = -q_2 \sin q_4$$

$$x_4 = q_2 \sin q_4\ ; \quad \frac{\partial x_4}{\partial q_1} = 0; \quad \frac{\partial x_4}{\partial q_2} = \sin q_4; \quad \frac{\partial x_4}{\partial q_3} = 0; \quad \frac{\partial x_4}{\partial q_4} = q_2 \cos q_4$$

so wird

$$p_1 = y_1 \cos(q_3+q_4) + y_2 \sin(q_3+q_4)$$

$$p_2 = y_3 \cos q_3 + y_4 \sin q_4$$

$$p_3 = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

$$p_4 = x_1 y_2 - x_2 y_1 + x_3 y_4 - x_4 y_3$$

Demnach ist geometrisch p_1 die Projektion des Geschwindigkeitsvek-