

tors y_1 im Punkt P_1 auf den Radiusvektor q_1 , entsprechend p_2 die von y_2 auf q_2 , p_3 ist der Wert der momentanen Flächengeschwindigkeit von P_1 , p_4 ist die Summe der instantanen Flächengeschwindigkeiten von P_1 und P_2 .

Die Transformation $x_\alpha y_\alpha \rightarrow p_\alpha q_\alpha$ liefert

$$T = \frac{1}{2a_1} (p_1^2 + \frac{p_3^2}{q_1^2}) + \frac{1}{2a_2} [p_2^2 + \frac{(p_3 - p_4)^2}{q_2^2}]$$

Da $U(x_1, x_2, x_3, x_4)$ orthogonalinvariant ist, kann es nur von der geometrischen Gestalt $\triangle P_1 P_2$ und demnach nicht von q_4 abhängen, sodass also $U = U(q_1, q_2, q_3)$.

Da U homogen von der Dimension k in x_α war, so ist

$$U = q_1^k \mathcal{F}(\lambda, q_3),$$

wo $\lambda = \frac{q_2}{q_1}$ ist, denn $U = t^k \Phi(\frac{x_1}{t}, \frac{x_2}{t}, \frac{x_3}{t}, \frac{x_4}{t})$. Ersetze ich x_α durch die Ausdrücke in q_α und $t = q_1$, so ergibt sich, dass in der Klammer nur ein Ausdruck in λ und q_3 übrig bleibt, da q_4 wegen der Orthogonalinvarianz herausfallen muss. Unser eingeschränktes Bewegungsproblem lautet jetzt: Gesucht sind diejenigen Lösungen der kanonischen Differentialgleichungen

$$\dot{q}_\alpha = \frac{\partial H}{\partial p_\alpha} ; \quad \dot{p}_\alpha = - \frac{\partial H}{\partial q_\alpha},$$

für die $\lambda = \text{const.}$, $q_3 = \text{const.}$ ist.

Zunächst stellen wir mit Hilfe der Relation $\mathcal{H} = T - U$ die Differentialgleichungen auf: