Wir setzen jetzt $\Theta_1 = q_3 + q_4$, $\Theta_2 = q_4$ und können dann sagen:

$$\frac{d\Theta_1}{dt} = \frac{c_1}{q_1^2}\,; \qquad \frac{d\Theta_2}{dt} = \frac{c_2}{q_2^2}.$$

Um die Differentialgleichungen für q_1 und q_2 für unser spezielles Problem zu gewinnen, bilden wir zunächst den Ausdruck T mit Hilfe der bisherigen Resultate um. Es ist

$$T = \frac{1}{2a_1}\left(p_1^2 + \frac{a_1^2 c_1^2}{q_1^2}\right) + \frac{1}{2a_2}\left(p_2^2 + \frac{a_2^2 c_2^2}{q_2^2}\right)$$

Aus $\frac{\dot q_2}{\dot q_1} = \frac{a_1 p_2}{a_2 p_1} = \lambda$ folgt $p_2^2 = \frac{\lambda^2 a_2^2 p_1^2}{a_1^2}$

$$T = p_1^2\left(\frac{1}{2a_1} + \frac{\lambda^2 a_2}{2a_1^2}\right) + \frac{c_1^2}{q_1^2}\left(\frac{a_1}{2} + \frac{\lambda^2 a_2}{2}\right)$$

$$= \frac{p_1^2}{2a_1}\left(1 + \frac{\lambda^2 a_2}{a_1}\right) + \frac{c^2 a_1}{2q_1^2}\left(1 + \frac{\lambda^2 a_2}{a_1}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(a_1 + a_2\lambda^2)\left(\dot q_1^2 + \frac{c_1^2}{q_1^2}\right)$$

Setzen wir jetzt

$$h_1 = \frac{h}{a_1 + a_2\lambda^2}\,; \quad h_2 = \frac{h\lambda^2}{a_1^2 + a_2\lambda^2},$$

so wird

$$T = \frac{h}{2h_1}\left(\dot q_1^2 + \frac{c_1^2}{q_1^2}\right) = \frac{h}{2h_2}\left(\dot q_2^2 + \frac{c_2^2}{q_2^2}\right)$$

Ferner setzen wir