Diese Ergebnisse wenden wir auf das Dreikörperproblem an, wo

$$U = \mu_1 r_1^{\,k} + \mu_2 r_2^{\,k} + \mu_3 r_3^{\,k} \text{ und } \mu_\alpha = \frac{1}{m_\alpha} \text{ ist.}$$

Wir fragen nach den Fällen, wo jeder der drei Körper eine feste Keplerbewegung beschreibt. Da dieses Problem durch affine Transformation immer auf das vorhergehende zurückgeführt werden kann, so ergibt sich, dass die zugehörige Konfiguration sich bestimmt durch die Extremalwerte r_1 r_2 r_3 der Gleichung

$$\Omega = \frac{\mu_1 r_1^{\,k} + \mu_2 r_2^{\,k} + \mu_3 r_3^{\,k}}{(\mu_1 r_1^2 + \mu_2 r_2^2 + \mu_3 r_3^{\,k})^{\frac{k}{2}}}$$

aus der sich selbstverständlich nur die entsprechenden Verhältnisse der r_1 r_2 und r_3 ergeben. Eine Lösung der Gleichung $d\,\Omega = 0$, ist: $r_1 = r_2 = r_3$, da dann Ω = const. d.h. wenn die drei Körper die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks sind.

Eine zweite Konfiguration ergibt sich aus folgender Betrachtung: In Ω kommt von q_3 nur der cos q_3 vor, sodass

$$\frac{\partial \Omega}{\partial q_3} = \frac{\partial \Omega}{\partial \cos q_3} \cdot \sin q_3 = 0$$

die Bedingung liefert $\quad q_3 = \begin{cases} 0 \\ 180 \end{cases}$

Dann müssen die drei Punkte in einer Geraden liegen. Wir suchen also die Konfiguration auf der Geraden, für die $d\,\Omega = 0$ mit der Nebenbedingung $r_1 + r_3 = r_2$ ist. Um einfacher zu einer Gleichung zu gelangen, fassen wir dieses Problem auf als ein Extremalproblem für den Zähler von Ω mit den zwei Nebenbedingungen, dass der Nenner konstant und $r_1 + r_3 - r_2 = 0$ ist. Setzen wir