form

$$dx_\alpha \delta y_\alpha - \delta x_\alpha dy_\alpha$$

mit folgender quadratischen Matrix der $(2n)^2$ Koeffizienten:

$$\begin{array}{c} 1 \\ \\ n \\ \\ 2n \end{array} \begin{pmatrix} 0 & & 0 & -1 & & \cdot \\ & & & & & \\ & & & & & \\ 0 & & 0 & 0 & & -1 \\ 1 & & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & & 1 & 0 & & 0 \end{pmatrix} \qquad |(\ )| = \mathfrak{D}.$$

Die Determinante D dieser Matrix hat den Wert $(-1)^{n(n+1)} = +1$. Kogradiente Transformation dieser Bilinearform liefert:

$$dx_\alpha \delta y_\alpha - \delta x_\alpha dy_\alpha = [u_\mu u_\nu]\, du_\mu \delta u_\nu$$

Mit Summenzeichen geschrieben:

$$\sum_{\alpha=1}^{n} dx_\alpha \delta y_\alpha - \delta x_\alpha dy_\alpha = \sum_{\mu=1}^{2n} \sum_{\nu=1}^{2n} [u_\mu u_\nu]\, du_\mu \delta u_\nu$$

wo

$$[u_\mu u_\nu] = \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{\partial x_\alpha}{\partial u_\mu} \frac{\partial y_\alpha}{\partial u_\nu} - \frac{\partial x_\alpha}{\partial u_\nu} \frac{\partial y_\alpha}{\partial u_\mu}$$

$$= \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{\partial (x_\alpha, y_\alpha)}{\partial (u_\mu u_\nu)}$$

der Lagrange'sche Klammerausdruck der Variablen $x_1 \dots x_n\ y_1 \dots y_n$ hinsichtlich der Variabeln u_μ und u_ν ist. Entsprechend ergibt sich