Mit diesem Ausdruck für η_μ bilden wir jetzt $(u_\mu u_\nu)\eta_\mu$.

Es ist

$$\frac{\partial u_\mu}{\partial x_\beta}\eta_\mu = -\frac{\partial y_\alpha}{\partial x_\beta}dx_\beta + \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_\beta}dy_\beta = dy_\alpha$$

da

$$\frac{\partial y_\alpha}{\partial x_\beta} = 0$$

und

$$\frac{\partial x_\alpha}{\partial x_\beta} = \begin{cases} 1 & \text{für } \alpha = \beta \\ 0 & \text{,, } \alpha \neq \beta \end{cases} \quad \text{ist.}$$

Entsprechend ist:

$$\frac{\partial u_\mu}{\partial y_\beta}\eta_\mu = -dx_\alpha$$

Da aber

$$(u_\mu u_\nu)\eta_\mu = \left(\frac{\partial u_\mu}{\partial x_\alpha}\frac{\partial u_\nu}{\partial y_\alpha} - \frac{\partial u_\mu}{\partial y_\alpha}\frac{\partial u_\nu}{\partial x_\alpha}\right)\eta_\mu$$

$$= \frac{\partial u_\nu}{\partial y_\alpha}\left(\frac{\partial u_\mu}{\partial x_\alpha}\eta_\mu\right) - \frac{\partial u_\nu}{\partial x_\alpha}\left(\frac{\partial u_\mu}{\partial y_\alpha}\eta_\mu\right) \quad \text{ist,}$$

so ist nach Vorstehendem

$$(u_\mu u_\nu)\eta_\mu = \frac{\partial u_\nu}{\partial y_\alpha}dy_\alpha + \frac{\partial u_\nu}{\partial x_\alpha}dx_\alpha$$

$$= du_\nu$$

womit unsere Behauptung durch Rechnung erwiesen ist.

Hier können wir uns nebenbei noch die zwischen den Differentialquotienten inverser Funktionen bestehenden Beziehungen anmerken. Denn, wie wir gesehen haben, sind für die Linearformen