

Wenn wir jetzt festsetzen, dass

$$\begin{aligned} du_1 \dots du_n &= dq_1 \dots - dq_n \\ du_{n+1} \dots du_{2n} &= dp_1 \dots dp_n \quad \text{if.} \end{aligned}$$

so folgt also, dass

$$dq_\mu \delta p_\mu - \delta q_\mu dp_\mu = [u_\mu u_\nu] du_\mu \delta u_\nu$$

oder

$$du_\mu \delta u_{n+\mu} - \delta u_\mu du_{n+\mu} = [u_\mu u_\nu] du_\mu \delta u_\nu \quad \text{if.}$$

Koeffizientengleichung liefert also für den Fall der Berührungstransformation:

$$[u_\mu u_\nu] = 0 \quad \text{ausser} \quad [u_\mu u_{n+\mu}] = +1$$

und

$$[u_{n+\mu} u_\mu] = -1$$

Demnach ist die Bedingung dafür, dass die p_μ, q_μ mit den x_μ, y_μ durch eine Berührungstransformation zusammenhängen, dass folgende Gleichungen bestehen

$$[q_\mu q_\nu] = 0 \quad (\mu, \nu = 1 \dots n)$$

$$[q_\mu p_\nu] = 0 \quad (\mu, \nu = 1 \dots n, \nu \neq \mu)$$

$$[p_\mu p_\nu] = 0 \quad (\mu, \nu = 1 \dots n)$$

$$[q_\mu p_\mu] = 1 \quad (\mu = 1 \dots n).$$

Diese Gleichungen können als diejenigen partiellen Differentialgleichungen aufgefasst werden, denen $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$ als Funktionen