Formen an, die von Helmholtz sehr viel benutzt worden sind. Es ergibt sich nämlich wegen

$$[q_\mu p_\nu] = [q_\mu q_\nu] = [p_\mu p_\nu] = 0 = (q_\mu p_\nu) = (q_\mu q_\nu) = (p_\mu p_\nu)$$

$$[q_\mu p_\mu] = (q_\mu p_\nu) = 1$$

sofort

$$\frac{\partial x_\alpha}{\partial q_\mu} = \frac{\partial p_\mu}{\partial y_\alpha} \; ; \quad \frac{\partial x_\alpha}{\partial p_\mu} = -\frac{\partial q_\mu}{\partial y_\alpha}$$

$$\frac{\partial y_\alpha}{\partial p_\mu} = \frac{\partial q_\mu}{\partial x_\alpha} \; ; \quad \frac{\partial y_\alpha}{\partial q_\mu} = -\frac{\partial p_\mu}{\partial x_\alpha}$$

Ausserdem folgt noch

$$[q_\mu v] = -\frac{\partial p_\mu}{\partial v}$$

$$[p_\mu v] = \frac{\partial q_\mu}{\partial v}$$

Für die Funktionaldeterminante der Transformation hatte sich ergeben

$$\Delta^2 \equiv \left(\frac{\partial(x_1 \ldots x_n y_1 \ldots y_n)}{\partial(q_1 \ldots q_n p_1 \ldots p_n)}\right)^2 = \left|\,[u_\mu u_\nu]\,\right|^2 = 1$$

also

$$\Delta = \pm 1 .$$

Für den Fall, dass die beiden Variabelnreihen durch eine Berührungstransformation zusammenhängen, lässt sich nachweisen, dass nur der positive Wert dür die Funktionaldeterminante in Betracht kommt. Für diesen Nachweis ist zunächst zu erwähnen, dass die Berührungstrans-