$$\frac{\partial(x_1\ldots x_n\, y_1\ldots y_n)}{\partial(p_1\ldots p_n\, q_1\ldots q_n)} = \frac{\partial(x_1\ldots x_n\, y_1\ldots y_n)}{\partial(x_1'\ldots x_n'\, y_1'\ldots y_n')}\cdot\frac{\partial(x_1'\ldots x_n'\, y_1'\ldots y_n')}{\partial(p_1\ldots p_n\, q_1\ldots q_n)}$$

$$= (+1)\cdot(+1).$$

Damit ist erwiesen, dass die Funktionaldeterminante jeder Berührungstransformation positiv ist und dem Wert + 1 hat.

Mit Hilfe der Klammerausdrücke lässt sich auch die Frage entscheiden, ob man immer eine Berührungstransformation finden kann, wenn von den 2n neuen Variabeln n beliebig vorgegebene Funktionen sind:

$$q_\mu = u_\mu(x_1\ldots x_n\; y_1\ldots y_n) \qquad (\mu = 1\ldots n).$$

Zunächst müssen dann die n Funktionen q_μ von einander unabhängig sein, da die entsprechende Funktionaldeterminante + 1 sein muss, also nicht verschwinden darf. Ausserdem existieren für die q_μ die Bedingungen

$$(q_\mu\, q_\nu) = 0 \qquad (\mu,\nu = 1\ldots n)$$

deren Anzahl $\frac{n(n-1)}{2}$ ist. Man sagt auch, anstatt diese Bedingung anzuführen: die n Funktionen $u_1\ldots u_n$ liegen in Involution. Die Behauptung lautet nun, dass man durch Quadratur zu n von einander unabhängigen, in Involution liegenden Funktionen $q_\mu = u_\mu(x_1\ldots x_n\, y_1\ldots y_n)$ immer eine Berührungstransformation finden kann, durch die $q_1\ldots q_n$ und n neue Variable $p_1\ldots p_n$ mit den $x_1\ldots x_n\, y_1\ldots y_n$ zusammenhängen. Zum Beweis dieser Tatsache fügen wir zu den n Funktionen $q_\mu = u_\mu(x_i, y_k)$ noch n weitere Funktionen $u_\mu(x_1\ldots y_n)$ hinzu,