die wir so wählen, dass sämtliche 2n Funktionen $u_\mu(x_1 \ldots x_n\, y_1 \ldots y_n)$ von einander unabhängig sind. Da die gegebenen Funktionen in Involution liegen, so ist

$$(u_\mu u_\nu) = 0 \quad \text{für } (\mu, \nu = 1 \ldots n)$$

Da die Matrizen der Poisson'schen und Lagrange'schen Klammerausdrücke reziprok sind, so folgt hieraus

$$[u_\mu u_\nu] = 0 \quad \text{für } (\mu, \nu = n+1 \ldots 2n)$$

denn die Minoren sämtlicher Elemente $(u_\mu u_\nu)$ für $(\mu, \nu = n+1 \ldots 2n)$ die wegen der Reziprozität ja die $[u_\mu u_\nu]$ für $(\mu, \nu = n+1 \ldots 2n)$ bedeuten, verschwinden, wenn $(u_\mu u_\nu) = 0$ für $\mu, \nu = 1 \ldots n$ ist.

Was bedeutet für unsere Variabeln $u_{n+1} \ldots u_{2n}$ das Verschwinden von $[u_\mu u_\nu]$? Es ist $y_\alpha dx_\alpha = U_\kappa du_\kappa + U_\lambda du_\lambda$, wo $(\lambda, \kappa = 1 \ldots n)$ Da aber $[u_\mu u_\nu] = 0$ ist für $\mu, \nu = n+1 \ldots 2n$, so ist

$$\frac{\partial U_\mu}{\partial u_\nu} - \frac{\partial U_\nu}{\partial u_\mu} = 0$$

für $\mu, \nu = n+1 \ldots 2n$. Danach ist $U_\lambda du_\lambda$ ein vollständiges Differential. $d\Omega$, sodass wir haben

$$y_\alpha dx_\alpha - U_\kappa du_\kappa = d\,\Omega(u_1 \ldots u_{2n}).$$

Wenn wir also $q_\kappa = u_\kappa$, $p_\kappa = U_\kappa$ setzen, dann haben wir die gesuchte Berührungstransformation, für die, wie behauptet, die zweite Variabelnreihe $p_\kappa = U_\kappa$ durch Quadratur bestimmbar ist. Hieraus ergibt sich leicht folgender von Liouville im Journal de Math. Bd. 20 bewiesene