

transformiert werden durch folgende Vorschrift:

$$\eta_{\mu} = c_{\mu\nu} \mathcal{H}_{\nu}$$

wobei die Komponenten sich so entsprechen, dass die Form in der α -Komponente des \mathcal{H} -Vektors die α -Komponente des η -Vektors liefert. Dann sollen die \mathcal{H}_{ν} durch die kontragradiente Transformation mit den \mathcal{K}_{μ} zusammenhängen, d.h.

$$\mathcal{H}_{\nu} = c_{\mu\nu} \mathcal{K}_{\mu}$$

Daraus folgt zunächst, dass auch die \mathcal{K} -Komponenten durch dieselben linearen Transformationen zusammenhängen; ausserdem, dass die Summen der skalaren Produkte invariant sind. Denn seien die 1. Komponenten

$\mathcal{H}'_{\nu}, \mathcal{H}''_{\nu}, \mathcal{H}'''_{\nu}, \mathcal{K}'_{\mu}, \mathcal{K}''_{\mu}, \mathcal{K}'''_{\mu}$, so ist

$$\mathcal{H}'_{\mu} = c_{\mu\nu} \mathcal{H}'_{\nu} ; \quad \mathcal{H}'_{\nu} = c_{\mu\nu} \mathcal{K}'_{\mu}$$

Demnach ist

$$\mathcal{H}'_{\mu} \mathcal{K}'_{\mu} = \mathcal{H}'_{\nu} \mathcal{H}'_{\nu}$$

Entsprechend gilt

$$\mathcal{H}''_{\mu} \mathcal{K}''_{\mu} = \mathcal{H}''_{\nu} \mathcal{H}''_{\nu}$$

$$\mathcal{H}'''_{\mu} \mathcal{K}'''_{\mu} = \mathcal{H}'''_{\nu} \mathcal{H}'''_{\nu}$$

Also ist nach der Definition der skalaren Produkte die Summe der skalaren Produkte invariant: $(\mathcal{H}_{\mu} \mathcal{K}_{\mu}) = (\mathcal{H}_{\nu} \mathcal{H}_{\nu})$ - In Koordinaten