also

$$\varrho_1 d\omega_1 - \xi_1 d\eta_1 = -\frac{1}{2} d(\xi_1 \eta_1)$$

aber

$$\omega_1 d\varrho_1 - \eta_1 d\xi_1 = d(\omega_1 \varrho_1) - d(\xi_1 \eta_1) - (\varrho d\omega_1 - \xi_1 d\eta_1)$$
$$= d(\omega_1 \varrho_1) - \frac{1}{2} d(\xi_1 \eta_1) \qquad q.e.d.$$

Da

$$\frac{\varrho_1}{\mathcal{L}} = 1 - \sqrt{1-e^2}\,, \qquad e = \frac{1}{\mathcal{L}} \sqrt{\varrho_1 (2\mathcal{L} - \varrho_1)}$$

$$\frac{\varrho_2}{\mathcal{L}} = 2\sqrt{1-e^2} \sin^2 \frac{\varphi}{2}\,; \qquad 2 \sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{2\varrho_2}{\mathcal{L} - \varrho_1}}$$

so kann man e darstellen durch $e = \sqrt{\varrho_1}\, \mathcal{P}(\varrho_1)$ und φ durch $2 \sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\varrho_2}\, \mathcal{P}(\varrho_1)$, wo das Symbol $\mathcal{P}(z)$ eine Potenzreihe in z bedeutet. Es ist zweckmässig, hier vorübergehend eine Variablentransformation vorzunehmen. Wir setzen

$$h = e \cos \omega_1 \qquad p = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \cos \omega_2$$
$$k = e \sin \omega_1 \qquad q = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \sin \omega_2$$

Diese Transformation ist nicht kanonisch und würde deshalb unübersichtliche Differentialgleichungen liefern, weshalb sie an dieser Stelle nur vorübergehend benutzt wird, um die Rechnungen kürzer zu gestalten. Aus (   ) und (   ) folgt dann

$$h = \frac{\xi_1}{\sqrt{\mathcal{L}}} \left(1 - \frac{\xi_1^2 + \eta_1^2}{4\mathcal{L}}\right)^{\frac{1}{2}} = \mathcal{P}(\xi_1, \eta_1)$$

$$k = \frac{\eta_1}{\sqrt{\mathcal{L}}} \left(1 - \frac{\xi_1^2 + \eta_1^2}{4\mathcal{L}}\right)^{\frac{1}{2}} = \mathcal{P}(\xi_1, \eta_1)$$