Falls e = e' = 0, so genügt $\varphi_1, \varphi' \neq \pi$. Mit diesen Feststellungen schliessen wir die allgemeinen Entwicklungen ab und wenden uns einer speziellen Aufgabe, nämlich der Ermittelung der Laplace'schen Koeffizienten zu.

6. Die Koeffizienten von Laplace.

Wie erwähnt, sind dies die Koeffizienten in der Reihe

$$(1 - 2\alpha\cos\Theta + \alpha^2)^{-s} = A_s^0 + 2\sum_0^\infty A_s^\nu \cos(\nu\Theta)$$
$$(\alpha < 1)$$

Setzen wir

$$e^{i\Theta} = z, \text{ so ist } \cos\Theta = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$$

demnach

$$(1 - 2\alpha\cos\Theta + \alpha^2)^{-s} = (1 - \alpha z)^{-s}\left(1 - \frac{\alpha}{z}\right)^{-s}$$

Wir setzen $Z = (1 - \alpha z)\left(1 - \frac{\alpha}{z}\right)$ und betrachten zunächst die Funktionen

$$\varphi_1(z) = (1 - \alpha z)^{s}$$
$$\varphi_2(z) = \left(1 - \frac{\alpha}{z}\right)^{s}$$

für alle Werte von z in der komplexen z-Ebene. Dann ist $\varphi_1(z)$ regulär in allen Punkten der von $z = \frac{1}{\alpha}$ an längs der positiven reellen Achse bis ins Unendliche aufgeschlitzten z-Ebene, wobei $\alpha < 1$, also $\frac{1}{\alpha} > 1$ ist. Setzen wir fest, dass $\varphi_1(0) = 1$ ist, so ist durch analytische Fortsetzung in die aufgeschlitzte Ebene