$$(1+\alpha^2-2\alpha\cos\theta)^{-1} = A_1^0 + 2\sum_1^\infty A_1^\nu \cos(\nu\theta)$$

also unsere Reihe mit den Laplace'schen Koeffizienten, wo aber der positive Wert von $(1-2\alpha\cos\theta+\alpha^2)^{-1}$ zu nehmen ist, da wir gesehen haben, dass bei unserer Festlegung des Funktionszweiges $z^{-1}$ auf dem Einheitskreis positiv ist. Die Konvergenz unserer Reihe ist damit sichergestellt und es ist möglich, die Laplace'schen Koeffizienten als die Koeffizienten der Laurent-Reihe zu bestimmen. Um uns jedoch über die allgemeine Form der gesuchten Koeffizienten klar zu werden, entwickeln wir $\frac{1}{\varphi_1(z)}$ und $\frac{1}{\varphi_2(z)}$ nach dem binomischen Satz in Potenzreihen. $\frac{1}{\varphi_1(z)} \equiv (1-\alpha z)^{-1}$ konvergiert als Potenzreihe in $z$ in dem Kreis $|z| < \frac{1}{\alpha}$, während die Potenzreihe in $z$ für $\frac{1}{\varphi_2(z)}$ ausserhalb des Kreises $|z| < \alpha$ konvergiert. Die Potenzreihen sind:

$$(1-\alpha z)^{-1} = \sum_0^\infty{}_k \frac{\Gamma(1+k)}{\Gamma(1)\Gamma(k+1)}\alpha^k z^k$$

$$\left(1-\frac{\alpha}{z}\right)^{-1} = \sum_0^\infty{}_\lambda \frac{\Gamma(1+\lambda)}{\Gamma(1)\Gamma(\lambda+1)}\alpha^\lambda z^{-\lambda},$$

die also beide absolut im Kreisring $\alpha < |z| < \frac{1}{\alpha}$ konvergieren. Ihr Produkt liefert dort also $z^{-1}$, sodass sich für die Koeffizienten $A_1^\nu$ sofort ergibt:

$$A_1^\nu = \sum_0^\infty{}_\lambda \frac{\Gamma(1+\lambda)\Gamma(1+\lambda+\nu)}{\Gamma(1)^2\Gamma(\lambda+1)\Gamma(\lambda+\nu+1)}\alpha^{\nu+2\lambda},$$

also eine Potenzreihe in $\alpha$, die mit $\frac{\Gamma(1+\nu)}{\Gamma(1)\cdot\Gamma(\nu+1)}\alpha^\nu$ beginnt. Klammern wir diesen Ausdruck in der Potenzreihe aus, so folgt