$$A_1^\nu = \frac{\Gamma(1+\nu)}{\Gamma(1)\,\Gamma(\nu+1)}\,\alpha^\nu \cdot \mathfrak{F}(\alpha^2)$$

wo $\mathfrak{F}(\alpha^2)$ die hypergeometrische Reihe $\mathcal{F}(1, 1+\nu, \nu+1, \alpha^2)$ ist. Um die allgemeinen Eigenschaften der Laplace'schen Koeffizienten kennen zu lernen, könnte man an diese Form

$$A_1^\nu = \frac{\Gamma(1+\nu)}{\Gamma(1)\,\Gamma(\nu+1)}\,\alpha^\nu\,\mathcal{F}(1, 1+\nu, \nu+1, \alpha^2)$$

anschliessen, indem man die Riemann'sche P-Funktion (Riemann, Ges. Werke) heranzieht. Denn bis auf einen konstanten Faktor ist

$$A_1^\nu = \mathfrak{P}\begin{pmatrix} 0 & \infty & 1 & \\ +\frac{\nu}{2} & \frac{\nu}{2}+1, & 0 & \alpha^2 \\ -\frac{\nu}{2} & -\frac{\nu}{2}+1, & 1-\mu & \end{pmatrix}.$$

Jedoch wollen wir einen direkten Weg zur Integraldarstellung einschlagen und zwar unter Anwendung der Cauchyschen Methode über einen geschlossenen Kurve im Kreisring integrieren. Nach dem Residuensatz ergibt sich

$$\oint Z^{-1}\, z^{-\nu-1}\, dz = 2\pi i A_1^\nu.$$

Da die Funktion regulär ist in allen Punkten der aufgeschlitzten Ebene, kann ich die Kurve beliebig deformieren. Wenn es nun gestattet ist, sie mit den Schlitzufern zusammenfallen zu lassen, dann erhebt sich die Frage, welche Werte die Funktion auf den beiden Ufern annimmt. Z^1 ist reell positiv auf der reellen Achse von α bis $\frac{1}{\alpha}$, also $Z^1 = |Z^1|$ demnach ist auf dem oberen Ufer $Z^1 = |Z^1|\,E^{\lambda\pi i}$, auf dem unteren Ufer $Z^1 = |Z^1|\,E^{-\lambda\pi i}$. Daraus ergibt sich für Z^{-1} entsprechend $|Z^{-1}|\,E^{-\lambda\pi i}$