Uns interessiert hauptsächlich der Fall $s = \frac{1}{2}$, wo also

$$\pi A_{\frac{1}{2}}^{\nu} = 2\alpha^{\nu} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2\nu}\varphi \, d\varphi}{\sqrt{1-\alpha^2\sin^2\varphi}}$$

Für diesen Fall erscheinen also die Laplace'schen Koeffizienten als elliptische Integrale in der von Jacobi benutzten Form. Von diesen Koeffizienten wieder sind es besonders zwei, die wir benutzen, nämlich $A^0_{1/2}$ und $A^1_{1/2}$ Dabei ist

$$A^0_{1/2} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\alpha^2\sin^2\varphi}}$$

$$A^1_{1/2} = 2\alpha \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi \, d\varphi}{\sqrt{1-\alpha^2\sin^2\varphi}}$$

Das sind Integrale, die man den Legendre'schen Tafeln beinahe dürekt entnehmen kann, da $A^0_{1/2} = 2\,K$ und $A^1_{1/2} = \frac{2}{\alpha}(K-E)$, wo K und E Integrale in den genannten Tafeln sind. Wenn aber $A^0_{1/2}$ und $A^1_{1/2}$ bekannt sind, so sind alle $A^{\nu}_{1/2}$ bekannt, da die A^{ν}_{s} ja durch gewisse P-Funktionen gegeben sind, von denen allgemein folgende Beziehung gilt: Hat man drei P-Funktionen, deren Exponenten sich um ganze Zahlen unterscheiden, so besteht zwischen diesen drei P-Funktionen eine lineare Abhängigkeit mit Koeffizienten, die Polynome in den Variabeln sind. Wenn demnach für drei Laplace'sche Koeffizienten A^{ν}_{s} $A^{\nu'}_{s'}$ $A^{\nu''}_{s''}$

$$s - s', \quad s - s'', \quad s' - s''$$
$$\nu - \nu', \quad \nu - \nu'', \quad \nu' - \nu''$$

ganze Zahlen sind, so muss folgende Beziehung existieren:

$$g(\alpha) A^{\nu}_{s} + g_1(\alpha) A^{\nu'}_{s'} + g_2(\alpha) A^{\nu''}_{s''} = 0.$$