Um die Form der Polynome $g(\alpha)$ zu finden, gehen wir auf die allgemeine Integraldarstellung zurück:

$$2\pi i \, A_s^{\nu} = \oint Z^{-s} z^{\nu-1} \, dz$$

Wir zerlegen $Z^{-s} z^{\nu-1}$ in $Z^{-s-1} \cdot (Z z^{\nu-1})$ und erhalten

1). $$Z^{-s} z^{\nu-1} = Z^{-s-1} [(1+\alpha^2) z^{\nu-1} - \alpha (z^{\nu} + z^{\nu-2})]$$

Ferner bilden wir den Differentialquotienten:

2). $$\frac{d}{dz}(Z^{-s} z^{\nu}) = \nu Z^{-s} z^{\nu-1} + \alpha s Z^{-s-1} (z^{\nu} - z^{\nu-2})$$

Integrieren wir in (1) über C, so ergibt sich unmittelbar aus der Bedeutung der Integrale:

I. $$\alpha (A_{s+1}^{\nu+1} + A_{s+1}^{\nu-1}) + A_s^{\nu} - (1+\alpha^2) A_{s+1}^{\nu} = 0.$$

Wenn wir (2) über C integrieren, so verschwindet die linke Seite als Integral des Differentialquotienten einer regulären eindeutigen Funktion über einen geschlossenen Weg. Wir erhalten

II. $$0 = \nu A_s^{\nu} + \alpha s (A_{s+1}^{\nu+1} - A_{s+1}^{\nu-1})$$

Damit sind im Prinzip die gesuchten Rekursionsformeln gewonnen. Elimination von A_s^{ν} aus I und II ergibt:

I.* $$(\nu - s) \alpha A_{s+1}^{\nu+1} + \alpha (\nu + s) A_{s+1}^{\nu-1} - \nu (1+\alpha^2) A_{s+1}^{\nu} = 0$$

eine lineare Abhängigkeit zwischen Laplace'schen Koeffizienten, die