Zwei Terme dieser Reihe findet man bei Tisserand, Méch. céleste, I., p. 309, bis zu den Termen 7. Ordnung hat Le Verrier sie in den Annales de l'Observatoire, T. I., angegeben.

2. Methode von Tisserand. -

Während Le Verreir die reziproke Entfernung nach Potenzen von $\sin\frac{J}{2}$ entwickelt, geht Tisserand von der Entwicklung nach Potenzen von $\cos\Theta$ aus und erhält sofort:

$$\frac{a}{r_{01}} = A^0_{1/2} + 2\sum_1^\infty A^\nu_{1/2}\cos\nu\Theta$$

Da die Laplace'schen Koeffizienten bekannt sind, dreht es sich noch darum, $\cos\nu\Theta$ in trigonometrische Reihen nach J, x und y zu entwickeln. Dabei findet Tisserand, dass diese trigonometrischen Reihen endlich und zwar Polynome in $\sin^2\frac{J}{2}$ sind. Denn zunächst besteht die Identität

$$2\cos n\Theta = \frac{\sin(n+1)\Theta}{\sin\Theta} - \frac{\sin(n-1)\Theta}{\sin\Theta}$$

Aber $\frac{\sin(n+1)\Theta}{\sin\Theta}$ ist ein Polynom P_n nten Grades in $\cos\Theta$. Denn setzt man $z = E^{i\Theta}$, so ist

$$\frac{\sin(n+1)\Theta}{\sin\Theta} = \frac{z^{n+1} - \frac{1}{z^{n+1}}}{z - \frac{1}{z}}$$

$$= z^n + z^{n-2} \dots \frac{1}{z^n}$$

$$= 2\left[\cos nz + \cos(n-2)z + \dots\right]$$

$$= c_0\cos^n z + c_1\cos^{n-2} z + \dots$$