Setzen wir t = $\sin^2$ u, so ist

$$\mathfrak{D}V = 4\frac{\partial}{\partial t}\left\{t(1-t)\frac{\partial V}{\partial t}\right\} + \frac{1}{1-t}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1}{t}\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}.$$

Da

$$V = \frac{1}{R^2} = \sum_0^\infty \frac{r^n}{r'^{n+2}} P_n(\cos\vartheta)$$

den Potentialgleichungen $\Delta V = 0$, $\Delta' V = 0$ genügt, so muss jeder Term der Reihe ihr genügen. Aus

$$\sum_0^\infty \Delta\left(\frac{r^n}{r'^{n+2}} P_n\right) = 0$$

folgt

$$\mathfrak{D} P_n + n(n+2) P_n = 0$$

Da unser Ziel die Entwicklung von P_n nach Winkelfunktionen von (x - x') und (y - y') ist, beachten wir, dass wir haben:

$$\begin{aligned} P_n(\cos\vartheta) &= P_n(\cos u \cos u' \cos(x-x') + \sin u \sin u' \cos(y-y')) \\ &= \sum P_{\mu\nu}(tt')\, E^{\mu(x-x')i + \nu(y-y')i} \end{aligned}$$

Was können wir hierin über die Polynome $P_{\mu\nu}(tt')$ aussagen? Zunächst muss $P_{\mu\nu}$ in t und t' symmetrisch sein, da ja cos ϑ es in u und u' ist. Ferner ist $P_{\pm\mu\pm\nu} = P_{\mu\nu}$, da cos eine gerade Funktion ist, sodass wir uns auf $\mu, \nu > 0$ beschränken können. Greifen wir auf den Ausdruck

$$P_n = c_0 \cos^n\vartheta + c_1 \cos^{n-2}\vartheta + \dots$$