$$0 = t(t-1)\frac{d^2 \mathcal{G}_{\mu\nu}}{dt^2} + \left[(\mu+\nu+2)t - (\nu+1)\right]\frac{d\mathcal{G}_{\mu\nu}}{dt} - \frac{1}{4}(\mu+\nu+n+2)(n-\mu-\nu)\,\mathcal{G}_{\mu\nu}$$

Das ist die Differentialgleichung einer hypergeometrischen Reihe $\mathcal{F}(\alpha, \beta, \gamma, t)$, für die

$$\alpha = \frac{n+\mu+\nu+2}{2}, \quad \beta = -\frac{n-\mu-\nu}{2}, \quad \gamma = \nu+1$$

ist. Dabei ist zu beachten, dass $\beta$ ganz und negativ ist. Dann ist bekanntlich die hypergeometrische Reihe ein Polynom. Dieselbe hypergeometrische Gleichung hat aber nur eine polynomische Lösung. Da nun $\mathcal{G}_{\mu\nu}$ ein Polynom ist und der hypergeometrischen Differentialgleichung genügt, so muss die Gleichung bestehen

$$\mathcal{G}_{\mu\nu} = \mathcal{C}(t')\,\mathcal{F}(\alpha, \beta, \gamma, t)$$

wo die Konstante noch von $t'$ abhängt. Andererseits gilt dieselbe Differentialgleichung auch in $t'$, sodass sich auch ergibt

$$\mathcal{G}_{\mu\nu} = \mathcal{C}(t)\,\mathcal{F}(\alpha, \beta, \gamma, t')$$

Demnach ist

$$\mathcal{G}_{\mu\nu} = \mathcal{C}_{\mu\nu}\,\mathcal{F}(\alpha, \beta, \gamma, t)\,\mathcal{F}(\alpha, \beta, \gamma, t')$$

wo $\mathcal{C}_{\mu\nu} = \frac{\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\gamma-\alpha-\beta)}{\Gamma(\gamma^2)\,\Gamma(\alpha-\gamma+1)\,\Gamma(1-\beta)}$ eine numerische Konstante ist.

Da unser eigentliches Ziel die Entwicklung von $P_n$ nach $\vartheta$, x und y war, so setzen wir $x' = y' = 0$, $u = u' = \frac{\vartheta}{2}$ und erhalten die