Tisserand'sche Entwicklung

$$\mathcal{P}_n = \sum_{\mu,\nu}^{n} c_{\mu\nu}\, \mathcal{F}^2\left(\alpha, \beta, \gamma, \sin^2 \frac{J}{2}\right) E^{i(\mu x + \nu y)}$$

(Tisserand, Méch. céleste. T, I, chap. XXVIII.)

3. Methode von Hansen.

Die Entwicklung der reziproken Entfernung nach Potenzen von α ist natürlich dann empfehlenswert, wenn die Halbachsen sehr verschieden sind, wie z.B. in der Mondtheorie. Die Koeffizienten dieser Potenzen sind dann die Legendre'schen Polynome $P_n(\cos\vartheta)$. Die Reihe lautet:

$$\frac{1}{r_{01}} = \sum^n \alpha^n \mathcal{P}_n(\cos\vartheta)$$

Hierin ist jetzt zum Unterschied gegen den vorigen Paragraphen

$$\mathcal{P}_n = \frac{1}{n!\,2^n} D^n (x^2-1)^n$$

Die Methode von Hansen besteht nun darin, die Legendre'schen Polynome nach I, x und y zu entwickeln, und zwar soll die Entwicklung von der Form sein:

$$\mathcal{P}_n = \sum_{\mu,\nu} \mathcal{P}_{\mu\nu}(t)\, E^{(\mu x + \nu y) i}$$

wenn $t = \sin^2 u$ und $\cos\vartheta = \cos^2 u \cos x + \sin^2 u \cos y$ gesetzt ist. Von $P_{\mu\nu}$ können wir sofort sagen, dass wir uns auf die positiven Indizes beschränken können, da P_n eine gerade Funktion ist. Um die Gestalt von $P_{\mu\nu}$ zu bestimmen, denken wir irgend einen Term, von $P_n(\cos\vartheta)$ durch $\cos^2 u \cos x + \sin^2 u \cos y$ ausgedrückt. $\cos^{n-2k}$ wird dann