da ja V Lösung der dreidimensionalen Gleichung ist und x_4 in V nicht vorkommt. Wegen der Invarianz von ΔV gegen Translation und perspektivische Transformation gehen wir aus von der Lösung

$$V = \left[(2x+1)^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Durch Inversion am Nullpunkt erhalten wir wegen der Konformität dieser Transformation die neue Lösung:

$$V = \frac{1}{r^2} \left[\left(\frac{2x_1}{r^2} + 1 \right)^2 + \frac{4x_2^2}{r^4} + \frac{4x_3^2}{r^4} \right]^{-\frac{1}{2}}$$
$$= \left[(r^2 + 2x_1)^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Ersetzen wir $x \,/\, x - 1$; $x_3\, x_4 \,/\, x_4\, x_3$, so wird

$$V = \left[(r^2 - 1)^2 + 4x_2^2 + 4x_4^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$
$$= \left[1 - 2(x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - x_4^2) + r^4 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Führen wir jetzt Polarkoordinaten ein:

$$x_1 = r \cos u \cos \frac{x}{2} \qquad x_3 = r \sin u \cos \frac{y}{2}$$
$$x_2 = r \cos u \sin \frac{x}{2} \qquad x_4 = r \sin u \sin \frac{y}{2}$$

so wird

$$x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 = r^2 (\cos^2 u \cos x + \sin^2 u \cos y) = r^2 \cos \vartheta$$

Demnach ist infolge unserer Transformationen

$$V = (1 - 2r^2 \cos\vartheta + r^4)^{-\frac{1}{2}}$$

Transformieren wir jetzt die Laplace'sche Gleichung auf Polarkoordi-