naten:

$$r^2 \Delta V = \mathfrak{D} V + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^3 \frac{\partial V}{\partial r}\right)$$

so genügt $V = (1 - 2r^2 \cos\vartheta + r^4)^{-\frac{1}{2}}$ dieser Differentialgleichung. Entwickeln wir V nach Potenzen von r^2, also $V = \sum_0^\infty r^{2n} P_n(\cos\vartheta)$ so erhalten wir für P_n die Differentialgleichung

$$\mathfrak{D} P_n + 4n(n+1) P_n = 0$$

Da $P_n = \sum_{\mu\nu} P_{\mu\nu} E^{(\mu x + \nu y)i}$ so folgt hieraus für $P_{\mu\nu}$ eine gewöhnliche Differentialgleichung:

$$0 = \frac{d}{dt}\left\{t(t-1)\frac{d P_{\mu\nu}}{dt}\right\} + \left(\frac{\mu^2}{1-t} + \frac{\nu^2}{t} - n(n+1)\right) P_{\mu\nu}$$

Entsprechend wie im vorigen Paragraphen ergibt sich dann für $G_{\mu\nu}$ die Differentialgleichung

$$0 = t(t-1)\frac{d^2 G_{\mu\nu}}{dt^2} - [2(\mu+\nu+1)t - (2\nu+1)]\frac{d G_{\mu\nu}}{dt} - (n+\mu+\nu-1)(n-\mu-\nu) G_{\mu\nu}$$

Demnach genügt $G_{\mu\nu}$ der Differentialgleichung der hypergeometrischen Reihe $F(\alpha, \beta, \gamma, t)$, für die

$$\begin{aligned} \alpha &= n+\mu+\nu-1 && \text{ganz}, \geq 1 \\ \beta &= -(n-\mu-\nu) && \text{ganz, negativ} \\ \gamma &= 2\nu+1 && \text{ganz}, \geq 1. \end{aligned}$$

Da $\beta < 0$ ist, so ist $F(\alpha, \beta, \gamma, t)$ ein Polynom und durch den entsprechenden Schluss wie früher erhalten wir