

Die Exponentialsumme ist also immer gerade, sodass S in der Form

$$S = \Omega_0 + \Omega_2 + \dots \quad \text{geschrieben werden kann, wo } \Omega_{2\nu} \text{ den}$$

Term mit der Exponentensumme 2ν bedeutet. Man erkennt sofort, dass

$$\Omega_0 = \frac{1}{a} A_{\frac{1}{2}}(\alpha) \quad \text{ist. } \Omega_2 \text{ ist eine quadratische Form der 8}$$

Variablen und müsste allgemein 36 Glieder haben. Jedoch durch die Vorschrift, dass die Exponentensumme 2 ist, wird die Anzahl der Glieder auf 12 reduziert. Denn wenn eine der Summen $\alpha_1 + \alpha_1'$, $\beta_1 + \beta_1'$,

$\alpha_2 + \alpha_2'$, $\beta_2 + \beta_2'$ ungerade wäre, so müssten es alle sein, sodass ihre Summe mindestens 4 ist, was ja ausgeschlossen wird. Demnach muss

$\left. \begin{matrix} \alpha_i + \alpha_i' \\ \beta_i + \beta_i' \end{matrix} \right\} = \begin{cases} 0 \\ 2 \end{cases}$ sein und zwar verschwinden alle übrigen Exponenten, wenn eine derartige Summe gleich 2 ist. Aber $\alpha_1 + \alpha_1' = 2$ bedeutet

dann eine quadratische Form $(\xi_1, \xi_1')_2$ in ξ_1 und ξ_1' , entsprechend

$\beta_1 + \beta_1' = 2$ eine quadratische Form $(\eta_1, \eta_1')_2$ usw., sodass wir erhalten

$$\Omega_2 = (\xi_1, \xi_1')_2 + (\eta_1, \eta_1')_2 + (\xi_2, \xi_2')_2 + (\eta_2, \eta_2')_2$$

Aber wegen der Invarianz gegen Vertauschbarkeit der ξ_i, η_i muss die

Form $(\xi_i, \xi_i')_2$ dieselben Koeffizienten wie die Form $(\eta_i, \eta_i')_2$

haben, sodass

$$\begin{aligned} \Omega_2 = & \frac{1}{2} f_1(\xi_1, \xi_1') + \frac{1}{2} f_2(\xi_2, \xi_2') \\ & + \frac{1}{2} f_1(\eta_1, \eta_1') + \frac{1}{2} f_2(\eta_2, \eta_2') \end{aligned}$$

ist. Hierbei bedeuten

$$f_1(u, u') = A_1 u^2 + 2 B_1 u \cdot u' + C_1 u'^2$$

$$f_2(u, u') = A_2 u^2 + 2 B_2 u \cdot u' + C_2 u'^2$$