$$[R] = \frac{1}{a} A^{0}_{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4a}\left\{ P(e^2+e'^2) - 2Q\, e e' \right\}$$

und demnach

$$S = \frac{1}{a} A^{0}_{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4a}\left\{ (P + 2A^{0}_{\frac{1}{2}})(e^2+e'^2) - 2Q\, e e' \right\}$$

Demnach ist $f_1(u u')$ bekannt, wenn P und Q bestimmt sind. Da $\frac{d^2}{d\vartheta^2}$ keinen Säkularteil liefern kann, so ergibt sich unmittelbar:

$$P = -\frac{5}{2} A^{0}_{\frac{1}{2}} + \frac{1+\alpha^2}{2} A^{0}_{\frac{3}{2}}$$

$$Q = -\frac{5}{2} A^{1}_{\frac{1}{2}} + A^{1}_{\frac{1}{2}} + \frac{1+\alpha^2}{2} A^{1}_{\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2} A^{1}_{\frac{1}{2}} + \frac{1+\alpha^2}{2} A^{1}_{\frac{3}{2}}$$

Nach unseren Rekursionsformeln der Laplace'schen Koeffizienten ist für $s = 1/2$:

$$-(\nu+\tfrac{1}{2}) A^{\nu}_{\frac{1}{2}} + \frac{1+\alpha^2}{2} A^{\nu}_{\frac{3}{2}} = \alpha A^{\nu+1}_{\frac{3}{2}}$$

sodass wir erhalten:

$$P = -2 A^{0}_{\frac{1}{2}} + \alpha A^{1}_{\frac{3}{2}}$$

$$Q = \alpha A^{2}_{\frac{3}{2}}$$

und daraus unmittelbar durch Einsetzen

$$S = \frac{1}{a} A^{0}_{\frac{1}{2}} + \frac{\alpha}{4a}\left[A^{1}_{\frac{3}{2}}(e^2+e'^2) - 2A^{2}_{\frac{3}{2}}\, e e' \right]$$

Für die gesuchte Form ergibt der Vergleich mit

$$S = \frac{1}{a} A^{0}_{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} f_1(e\sqrt{L},\ e'\sqrt{L'}) \ :$$

$$f_1(u,u') = \frac{\alpha}{2a}\left[A^{1}_{\frac{3}{2}} \left(\frac{u^2}{L} + \frac{u'^2}{L'}\right) - 2A^{2}_{\frac{3}{2}} \frac{u u'}{\sqrt{L L'}} \right]$$