Diese Form ist positiv definit. Um dies zu beweisen bedienen wir uns für $f_1(u\,u')$ der folgenden Form, die eine Umformung der obigen ist:

$$f_1(u u') = \frac{\alpha}{2a}\left[\left(A^1_{\frac{3}{2}} - A^2_{\frac{3}{2}}\right)\left(\frac{u^2}{L} + \frac{u'^2}{L'}\right) + 2A^2_{\frac{3}{2}}\left(\frac{u}{\sqrt{L}} - \frac{u'}{\sqrt{L'}}\right)^2\right]$$

Diese Form zeigt, dass sicher $f_1(u\,u') > 0$, falls immer $A^1_{\frac{3}{2}} > A^2_{\frac{3}{2}} > 0$ ist. Dies folgt aus der Rekursionsformel II für die Laplace'schen Koeffizienten. Es ist nämlich für $s = 1/2$, $\nu = \pm 1$

$$\frac{1}{3}(1-\alpha^2)^2 A^1_{\frac{3}{2}} = (1+\alpha^2) A^1_{\frac{1}{2}} - 2\alpha A^2_{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{3}(1-\alpha^2)^2 A^2_{\frac{3}{2}} = 2\alpha A^1_{\frac{1}{2}} - (1+\alpha^2) A^2_{\frac{1}{2}}$$

Durch Addition folgt hieraus:

$$\frac{1}{3}(1+\alpha^2)^2\left(A^1_{\frac{3}{2}} - A^2_{\frac{3}{2}}\right) = A^1_{\frac{1}{2}} + A^2_{\frac{1}{2}}$$

Da aber für jedes $\nu, s > 0$ auch $A^\nu_s > 0$ ist, so ist

$$A^1_{\frac{3}{2}} > A^2_{\frac{3}{2}} > 0.$$

Damit ist nachgewiesen, dass $f_1(u\,u')$ positiv definit ist; $f_1(u\,u')$ kann also nur für $u = u' = 0$ verschwinden.

3. Integration der Säkulargleichung bei Vernachlässigung der Glieder 4. und höherer Ordnung.

Wenden wir uns danach dem säkularen Differentialgleichungssystem

$$\frac{d\xi_i^{(\nu)}}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \eta_i^{(\nu)}}, \quad \frac{d\eta_i^{(\nu)}}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial \xi_i^{(\nu)}} \qquad \begin{matrix}(i = 1, 2)\\(\nu = 1 \ldots k)\end{matrix}$$

wieder zu, so sind wir jetzt im Stande