

$$J = \frac{1}{2} f(x_1, \dots, x_k) + \frac{1}{2} f(y_1, \dots, y_k)$$

wo  $f(u_1, \dots, u_k)$  eine bekannte quadratische Form ist, die im Fall der Exzentrizitätsvariablen definit, im Fall der Neigungsvariablen <sup>semidefinit</sup> indefinit ist. Die Integration des Differentialgleichungssystems führen wir durch unter Benutzung folgender aus der Algebra bekannten Tatsache: Hat unsere Form  $f(x_1, \dots, x_k)$  die Gestalt  $\sum_1^k a_{\alpha\beta} x_\alpha x_\beta$  so gibt es eine reelle orthogonale Transformation  $x_\alpha = \sum c_{\alpha\beta} q_\beta$  sodass  $f(x_1, \dots, x_k)$  übergeht in  $\sum_1^k \lambda_\beta q_\beta^2$ . Die Koeffizienten bestimmen sich aus der folgenden sogenannten Säkulargleichung, die hier ihren Namen erhalten hat:

$$J(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} \lambda - a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1k} \\ -a_{21} & \lambda - a_{22} & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{k1} & \dots & \dots & \lambda - a_{kk} \end{vmatrix} = 0.$$

Die  $\lambda_\beta$  sind die Wurzeln der Gleichung  $J(\lambda) \equiv (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_k) = 0$ . Dabei müssen für das System der Exzentrizitätsvariablen alle  $\lambda_\beta > 0$  und ihre Anzahl =  $k$  sein, da  $f_1$  definit vom Rang  $k$  ist, dagegen für die Neigungsvariablen muss ein Koeffizient verschwinden, während die die übrigen  $k-1$  negativ sein müssen, da  $f_2$  negativ semidefinit vom Rang  $k-1$  ist. Durch kogradiente Transformation  $y_\alpha = \sum c_{\alpha\beta} p_\beta$  führen wir  $f(y_1, \dots, y_k)$  über in  $\sum_1^k \lambda_\beta p_\beta^2$ . Wegen der Orthogonalität ist diese Transformation eine Berührungstransformation. Denn im allgemeinen liefert zwar jede zu der Transformation der ersten Variablenreihe kontradiente Transformation der zweiten Variablenreihe eine Berührungstransformation, jedoch ist bei orthogonaler Transformation, die hier vorliegt, kogradient gleichbedeutend mit kontradiant.