ganz und Kürze besondere Beachtung. Um Jacobi's Methode zu entwickeln, knüpfen wir an die Bemerkung an, dass

$$\varphi(s) \equiv | s\,\varepsilon_{\alpha\beta} - a_{\alpha\beta} | \qquad \varepsilon_{\alpha\beta} = \begin{cases} 0 & \alpha \neq \beta \\ 1 & \alpha = \beta \end{cases}$$
$$= s^k - J_1 s^{k-1} + J_2 s^{k-2} + \cdot \cdot + J_k$$

ist. Dabei ist die "Spur" $J_1 = \sum a_{\alpha\alpha}$, ferner $J_2 = \sum_{\alpha<\beta} (a_{\alpha\alpha} a_{\beta\beta} - a_{\alpha\beta}^2)$ usw. Wir führen für die Summe der Quadrate der Elemente oberhalb der Diagonale die Bezeichnung $\mathcal{S}$ ein:

$$\mathcal{S} = \sum_{\alpha<\beta} a_{\alpha\beta}^2$$

Dann ist $J_2 = \sum_{\alpha<\beta} a_{\alpha\alpha} a_{\beta\beta} - \mathcal{S}$ und $2 J_2 + \sum a_{\alpha\alpha}^2 = J_1^2 - 2\mathcal{S}$ demnach $\mathcal{S} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} a_{\alpha\alpha}^2 = \frac{1}{2} J_1^2 - J_2$. Uebt man nun auf die Form $\sum_{\alpha,\beta} a_{\alpha\beta} x_\alpha x_\beta$ eine beliebige orthogonale Transformation $x_\alpha - \sum \gamma_{\alpha\beta} \bar{x}_\beta$ aus, so geht die Form über in eine Form $\sum \bar{a}_{\alpha\beta} \bar{x}_\alpha \bar{x}_\beta$, zu der eine Säkulargleichung $\bar{\varphi}(s) = 0$ gehört. Da aber die Wurzeln der Säkulargleichung die Koeffizienten der Form $\sum s_\beta\, q_\beta^2$ sind und diese invariante geometrische Bedeutung haben, so muss $\bar{\varphi}(s) = \varphi(s)$ sein. Daher ergeben sich sämtliche J_ν in $\varphi(s) \equiv \sum_0^k (-1)^\nu J_{k-\nu} s^\nu$ und damit auch $\frac{1}{2} J_1^2 - J_2$ als Invarianten. Demnach ist $\mathcal{S} + \frac{1}{2}\sum a_{\alpha\alpha}^2 = \bar{\mathcal{S}} + \frac{1}{2} \sum \bar{a}_{\alpha\alpha}^2$.
Jetzt nehmen wir insbesondere folgende orthogonale Transformation vor:

$$x_1 = \bar{x}_1 \cos\vartheta - \bar{x}_2 \sin\vartheta$$
$$x_2 = \bar{x}_1 \sin\vartheta + \bar{x}_2 \cos\vartheta$$
$$x_3 = \bar{x}_3 \quad \dots\dots \quad x_k = \bar{x}_k$$

und wählen ϑ so, dass $a_{11} x_1^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + a_{22} x_2^2$ übergeht in $\bar{a}_{11} \bar{x}_1^2 + \bar{a}_{22} \bar{x}_2^2$ Dann folgt für den Zusammenhang der Koeffizienten