

$a_{\alpha\beta}$ und $\bar{a}_{\alpha\beta}$:

$$\frac{1}{2}(a_{11}^2 + a_{22}^2) + a_{12}^2 = \frac{1}{2}(\bar{a}_{11}^2 + \bar{a}_{22}^2)$$

$$a_{33} = \bar{a}_{33} \quad \dots \quad a_{kk} = \bar{a}_{kk}$$

und demnach ist

$$\bar{\mathcal{J}} = \mathcal{J} - a_{12}^2$$

d.h. die Quadratsumme der nicht diagonalen Glieder hat um das Element sich vermindert, das durch die Transformation aus der Form verschwunden ist. Durch Wiederholung dieses Prozesses kann \mathcal{J} beliebig klein gemacht werden. Dann nehmen wir an, die Bezeichnung sei so gewählt, dass

$$|a_{12}| = \max_{\alpha \neq \beta} |a_{\alpha\beta}| \text{ sei, dann ist } \mathcal{J} < \frac{k(k-1)}{2} a_{12}^2 \text{ und}$$

$$\bar{\mathcal{J}} \leq \left(1 - \frac{2}{k(k-1)}\right) \mathcal{J} = \Theta \mathcal{J}, \quad 0 < \Theta < 1$$

Nach n Schritten ist dann

$$\bar{\mathcal{J}} \leq \Theta^n \mathcal{J}$$

so dass für beliebig grosses n unsere Behauptung bewiesen ist. Wenn

aber $\bar{\mathcal{J}} = \sum_{\alpha \neq \beta} \bar{a}_{\alpha\beta}^2$ beliebig klein ist, dann wird $a_{\alpha\beta}$ für $\alpha \neq \beta$ beliebig klein und β sich von $\bar{a}_{\alpha\alpha}$ beliebig wenig unterscheiden.

Und eben das ist die Methode Jacobi's, durch geeignete Transformationen die Koeffizienten ausserhalb der Diagonale zu verkleinern, sodass die Koeffizienten in der Diagonale sich den Wurzelwerten beliebig nähern. Die Abhandlung von Jacobi findet sich in Crelle's Journal Bd. 30 (1846). (Jacobi. Werke. Bd. VII, pag. 97).