

Diese beiden Integrale sind uns bereits begegnet. Denn für $c = 2$ ist ja $s_k = 0$. Daraus folgt aber wegen $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial q_k} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial p_k} = 0$:
 $q_k = \text{const.}$ $p_k = \text{const.}$ Da wir aber wegen der Orthogonalität der Transformation $x_\alpha = \sum c_{\alpha\beta} q_\beta$, $y_\alpha = \sum c_{\alpha\beta} p_\beta$ die kogredienten Beziehungen

$$q_k = \sum c_{\alpha k} x_\alpha$$

$$p_k = \sum c_{\alpha k} y_\alpha$$

haben, so folgt

$$\sum_\alpha c_{\alpha k} x_\alpha = \text{const.}, \quad \sum_\alpha c_{\alpha k} y_\alpha = \text{const.}$$

und zwar ist dann $c_{\alpha k} = c \sqrt{\mathcal{L}_\alpha}$. Diese Integrale der Säkulargleichungen haben als tiefere Ursache die Flächenintegrale der exakten Bewegungsgleichungen. Um dies näher zu untersuchen, gehen wir aus von der Hamilton'schen Funktion der ungestörten Bewegung:

$$\mathcal{H} = \mathcal{F} + \sum_{\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_m} \mathcal{C} \cos(\nu_1 \lambda^1 + \dots + \nu_m \lambda^m)$$

Das kanonische System ist dann

$$\frac{d\mathcal{L}^{(m)}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda^m}, \quad \frac{d\xi_i^{(m)}}{dt} = + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \eta_i^{(m)}}$$

$$\frac{d\eta^{(m)}}{dt} = - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathcal{L}^{(m)}}, \quad \frac{d\eta_i^{(m)}}{dt} = - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \xi_i^{(m)}}$$

Ist $\Phi(\mathcal{L}, \lambda, \xi_i, \eta_i) = \text{const.}$ irgend ein Integral dieses Systems, so ist

$$0 = \frac{d\Phi}{dt} \equiv \sum_{\nu_i} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mathcal{L}^{(\nu_i)}} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda^{\nu_i}} - \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda^{\nu_i}} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathcal{L}^{(\nu_i)}} \right. \\ \left. + \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_i^{(\nu_i)}} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \eta_i^{(\nu_i)}} - \frac{\partial \Phi}{\partial \eta_i^{(\nu_i)}} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \xi_i^{(\nu_i)}} \right)$$