6. <u>Reduktion der acht Säkulargleichungen des Dreikörperproblems auf vier. -</u>

Seinerzeit ist es uns gelungen, die 12 Bewegungsgleichungen des Dreikörperproblems mit Hilfe der drei Flächenintegrale auf 8 zu reduzieren. Da die 8 Säkulargleichungen ebenfalls drei Flächenintegrale haben, erhebt sich die Frage, ob sie sich auch mit deren Hilfe um vier reduzieren lassen. Um dies zu untersuchen, nehmen wir die damalige Reduktion des exakten Dreikörpergleichungssystems jetzt so vor, dass aus dem Gang der Reduktion sofort auf die Säkulargleichungen geschlossen werden kann. Zu dem Zweck betrachten wir die Hamilton'sche Funktion

$$\mathcal{H}\begin{pmatrix} \mathcal{L}\mathcal{L}' & \mathcal{G}\mathcal{G}' & \Theta\Theta' \\ l l' & g g' & \vartheta\vartheta' \end{pmatrix}$$

des Problems der drei Körper m_1 m_2 und m. Dieses System hat die drei Flächenintegrale

$$\Phi = \mathcal{W}\cos\vartheta + \mathcal{W}'\cos\vartheta' = \text{const}$$
$$\Psi = \mathcal{W}\sin\vartheta + \mathcal{W}'\sin\vartheta' = \text{"}$$
$$\Theta + \Theta' = \text{"}$$

wenn wir

$$\sqrt{\mathcal{G}^2 - \Theta^2} = \mathcal{W}, \quad \sqrt{\mathcal{G}'^2 - \Theta'^2} = \mathcal{W}'$$

setzen. Aus $\Theta + \Theta' = \text{const}$ folgt $\frac{d\Theta}{dt} + \frac{d\Theta'}{dt} = 0$, d.h. $\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\vartheta} + \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\vartheta'} = 0$. Daraus schliessen wir, das ϑ und ϑ' nur in der Verbindung $\vartheta - \vartheta' = w$ in H vorkommen. Ferner bilden wir die Klammerausdrücke $(\Phi\mathcal{H})$ und $(\Psi\mathcal{H})$, die beide verschwinden müssen, da