$$\frac{d\mathfrak{S}}{dt} = \frac{d\mathfrak{S}'}{dt} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \mathfrak{S}^*}{\partial \mathfrak{S}} = \frac{\partial \mathfrak{S}^*}{\partial \mathfrak{S}'}$$

7. Konvergenz der Lösungen der allgemeinen Säkulargleichungen.

Sind

$$x_1 \dots x_n$$

$$\text{bezw.} \quad y_1 \dots y_n \qquad n = 2k$$

die Exzentrizitäts- bzw. Neigungsvariabeln, so lauten die säkularen Differentialgleichungen ohne Vernachlässigung der höheren Glieder:

$$\frac{dx_\alpha}{dt} = \mathfrak{P}_\alpha(x_1 \dots x_n) \left(\frac{dy_\alpha}{dt} = \mathfrak{P}'_\alpha(y_1 \dots y_n) \right)$$

Sind diese Reihen konvergent für $|x_\alpha| \leq \varrho$, so ist $|\mathfrak{P}_\alpha| \leq M$, wo M die obere Schranke für alle diese Potenzreihen ist. Unter diesen Annahmen lässt sich über die Konvergenz der Lösungen x_α Folgendes aussagen:

Wie wir gesehen haben, ist $\sum_\alpha^n x_\alpha^2 = const$ ein Integral der Säkulargleichungen. Ist nun für $t = 0$: $\sum_\alpha x_\alpha^2 \leq \left(\frac{\varrho}{2}\right)^2$ dann ist dies für alle t der Fall. Demnach ist für alle t auch $|x_\alpha(t)| \leq \frac{\varrho}{2}$, sodass dann die Potenzreihen $\mathfrak{P}_\alpha(x_1 \dots x_n) \leq M$ sind längs der ganzen reellen Achse von t. In der komplexen t - Ebene sind dann die $x_\alpha(t)$ regulär in jedem Kreis, dessen Mittelpunkt auf der reellen t-Achse liegt und dessen Radius $\delta = \frac{\varrho}{2(n+1)M}$ ist. Die Lösungen sind also regulär in dem Streifen $-\delta \leq \text{Imaginärteil}(t) \leq +\delta$