dische Linienelement

$$ds^2 = \frac{d\xi^2 + d\eta^2}{\eta^2}$$

so ist es in der $\mathfrak{J}$ -Ebene gleich dem nichteuklidischen Linienelement

$$ds^2 = M(x,y)(dx^2 + dy^2)$$

Dabei ist M(x,y) eine in der ganzen x-y-Ebene bis auf die Punkte 0, 1 und ∞ reguläre Funktion. Suchen wir nun die Extremalen des Integrals

$$\int \sqrt{M(x,y)(dx^2 + dy^2)}$$

so sind sie durch $x + iy = \mathfrak{J}(\xi + i\eta)$ die Bilder der Extremalen von $\int \frac{\sqrt{d\xi^2 + d\eta^2}}{\eta}$ in der $\xi\eta$ -Ebene. Die Extremalen von $\int \frac{\sqrt{d\xi^2 + d\eta^2}}{\eta}$ in der ξ,η -Ebene sind aber die zur ξ -Achse orthogonalen Kreise (Blaschke, Bd. I, § 61. Diff. Geom. 1. Aufl.). Daraus erhält man eine Parameterdarstellung der gesuchten Extremalen in der x,y -Ebene durch folgende Ueberlegungen:

Setzen wir

$$w = \frac{pe^t - qi}{e^t - i}, \quad -\infty \leq t \leq +\infty$$

so haben wir eine Parameterdarstellung der Orthokreise der ξ -Achse, die diese in p und q schneiden, wo $q < p$ ist. Dabei ist $t = \ln i \frac{w-q}{w-p}$ (reell für ~~Kreis~~ Peripheriepunkte), und ds = dt, wie leicht zu verifizieren ist. Damit haben wir aber die Parameterdarstellung der gesuchten Extremalen.