selbe Kurve in der x-Ebene? Wenn C(p q) = C(p′ q′) sein soll, so muss

$$\mathfrak{J}(\omega) = \mathfrak{J}(\omega')$$

sein, wo

$$\omega = \frac{pe^t - qi}{e^t - i}$$

$$\omega' = \frac{p'e^{t'} - q'i}{e^{t'} - i}$$

ist und $t' = t + h$ gesetzt werden kann, da ja t die nichteuklidische Bogenlänge bedeutet und $t' = 0$ also nur einen anderen Anfangspunkt als t = 0 bedeuten kann. h ist reell. Elimination von t ergibt

$$(*) \qquad \frac{\omega' - q'}{\omega' - p'} = e^h \frac{\omega - q}{\omega - p}$$

I(w) = I(w′) kann aber nur gelten für

$$\omega' = \frac{\alpha\omega + \beta}{\gamma\omega + \delta}$$

wo α, β, γ und δ ganze Zahlen sind und $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$ ist.

Demnach ergibt sich aus der Beziehung (*) für den Fall, dass C(p q) = C(p′ q′) sein soll, wegen

$$w' = p' \quad \text{für} \quad w = p$$
$$w' = q' \quad \text{für} \quad w = q$$

unmittelbar

$$p' = \frac{\alpha p + \beta}{\gamma p + \delta}, \quad q' = \frac{\alpha q + \beta}{\gamma p + \delta}$$